0. Гана

1. Формализуем условие.

Пусть x - кол-во бананов, $x \geq 0$

y - кол-во бататов, $y \geq 0$

z - кол-во табуреток, $z \geq 0$

Запишем бюджетное ограничения (BL):

$$5x + P_y \cdot y + z \leq 10$$

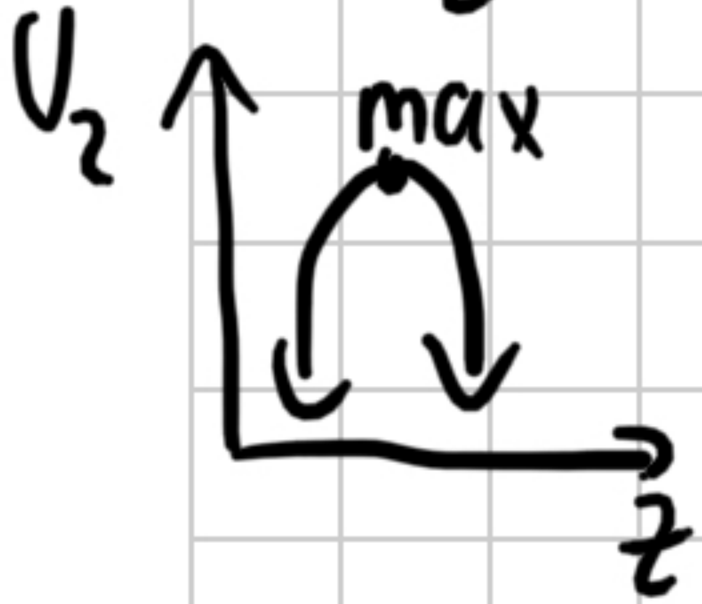
ограничение по потребительской корзине в первом периоде (до возможной болезни) (LC):

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{10} \geq 1$$

Рассмотрим второй период:

$$U_2 = \vartheta - z^2 + 2\vartheta z \to \max$$

$$z \in [0;10]$$



$$z^* = \vartheta, \quad \vartheta \le 10$$

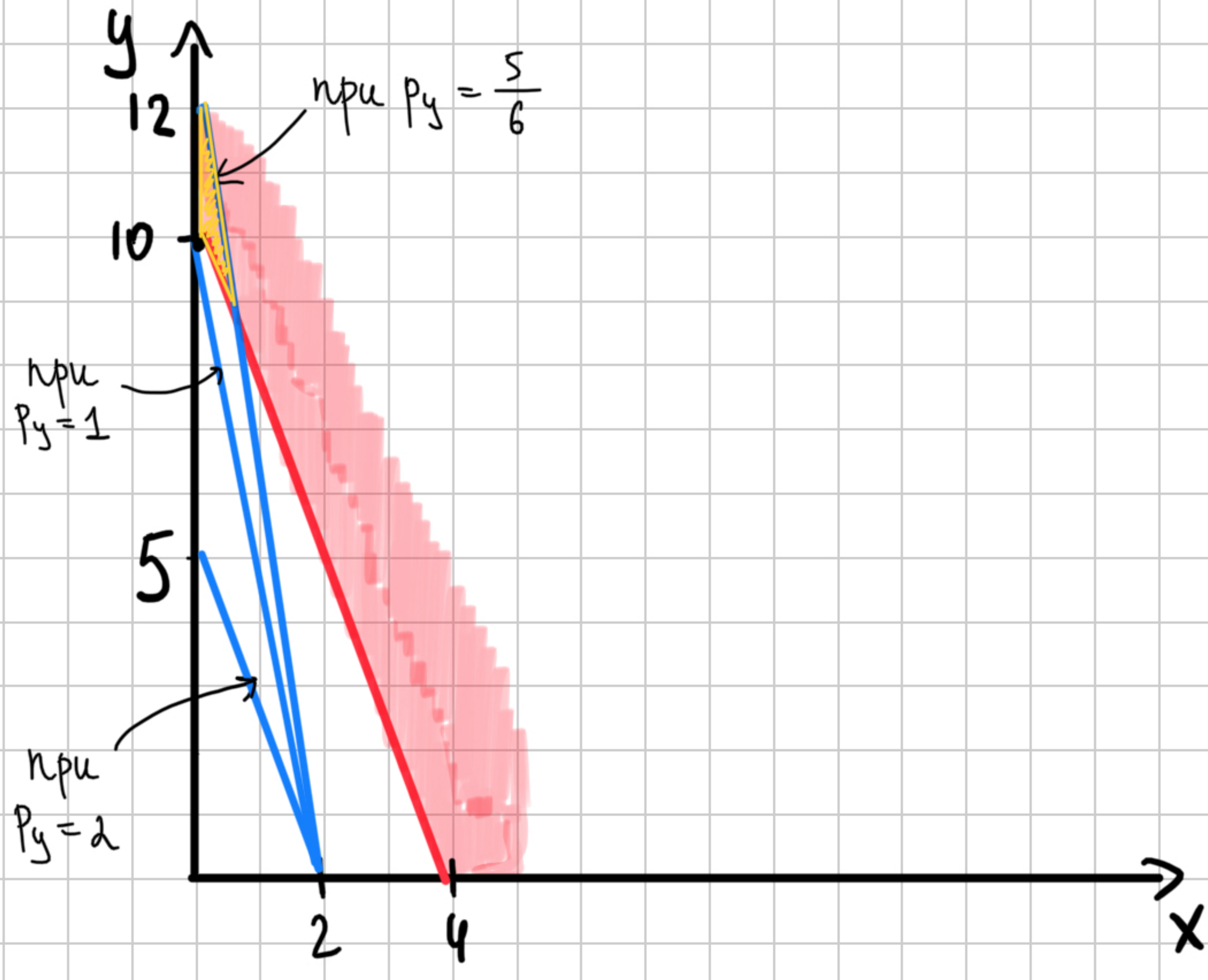
Заметим, что если $\vartheta > 10$, то имеет место второй участок ф-ии полезности и таблетки не потребляются, тогда

$$z^* = \begin{cases} 0, & \vartheta \in (-\infty;0) \cup (10;+\infty) \\ \vartheta, & \vartheta \in [0;10] \end{cases}$$

Итак, рассмотрим 2 случая: заболевание и нет.

$$
\left[
\begin{array}{l}
\begin{cases}
v \in (-\infty; 0) \cup (10; +\infty) \\
v(x; y) \to \max \\
2{,}5x + y \geq 10 \\
5x + p_y \cdot y \leq 10
\end{cases} \\
\begin{cases}
v \in [0; 10] \\
v(x; y) \to \max \\
2{,}5x + y \geq 10 \\
5x + p_y \cdot y + v \leq 10
\end{cases}
\end{array}
\right.
$$

Графически представим (1) систему из совокупности:



Заметим, что при $P_y > 1$ не выполняется LC, тогда целесообразно рассматривать $P_y \le 1$.

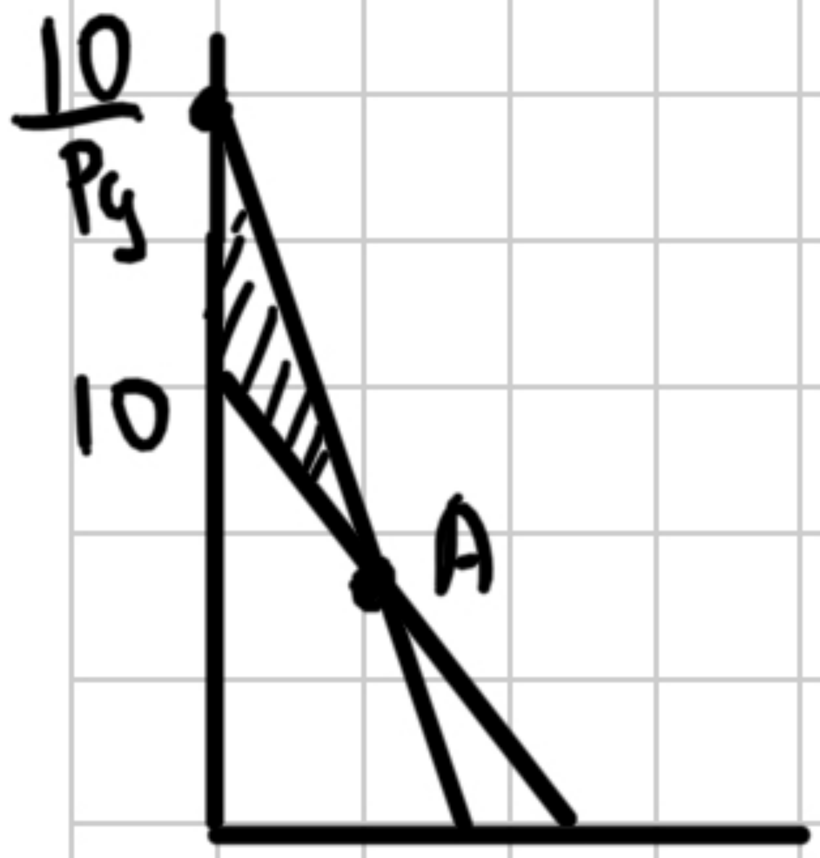
В этом случае SPO – треугольника, образованный LC и BL при $P_y \le 1$

Тогда искомая площадь:

$$\begin{cases} y = \frac{10}{P_y} - \frac{5}{P_y}x \\ y = 10 - 2,5x \end{cases} \rightarrow \frac{10}{P_y} - \frac{5}{P_y}x = 10 - 2,5x$$

$$\frac{\left(\frac{10}{P_y} - 10\right)}{\frac{5}{P_y} - 2,5} = x;$$

$$\begin{cases} x = \frac{4 - 4P_y}{2 - P_y} \\ y = \frac{10}{2 - P_y} \end{cases} \text{ – точка } A$$



$$\text{Искомая } S = \frac{4 - 4P_y}{2 - P_y} \cdot \left(\frac{10}{P_y} - 10\right) \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{(10 - 10P_y)(2 - 2P_y)}{P_y(2 - P_y)}$$

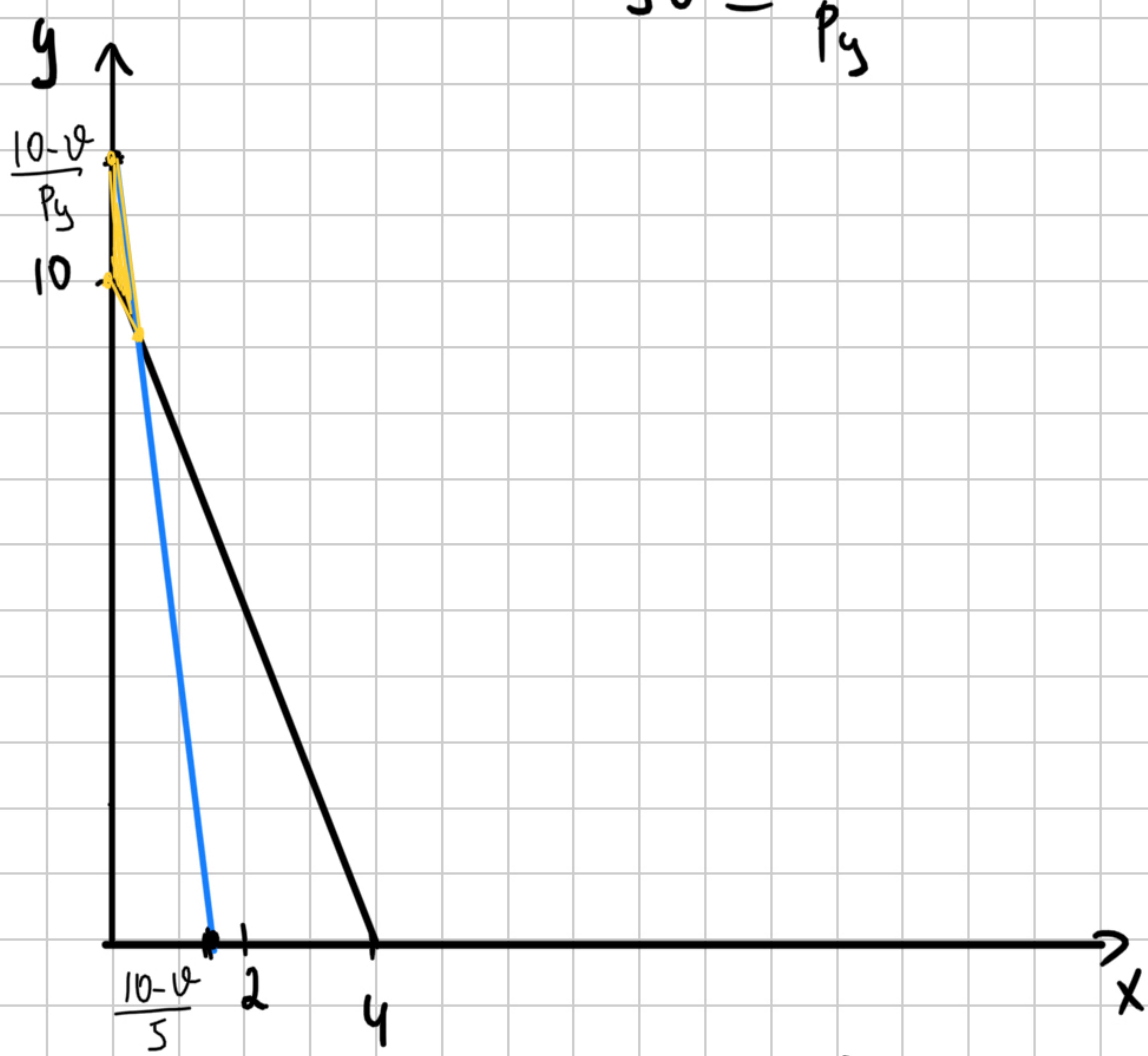
Вторая система (г):

$P_y \cdot y + 5x + v = 10$; нули ф-ии: $y_0 = \frac{10-v}{P_y}$

$x_0 = \frac{10-v}{5}$

т.к. $v \in [0;10]$, то $x_0 \le 2$

$y_0 \le \frac{10}{P_y}$



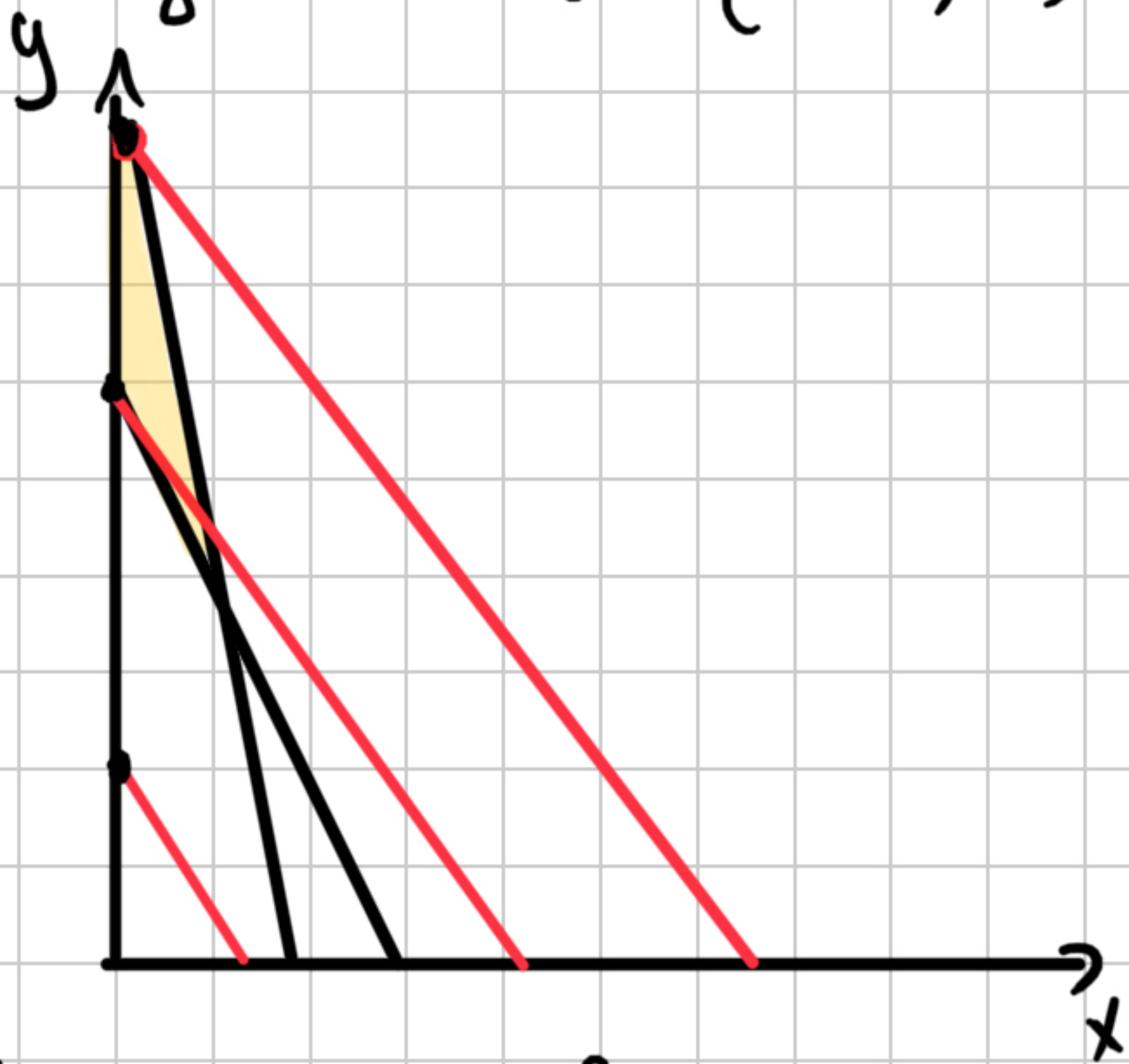
$\frac{10-v}{P_y} \ge 10 \rightarrow P_y \le \frac{10-v}{10}$, иначе - не выполняется LC

Аналогично, SPO для этого случая - △ (см. график).

$$S = \left(\frac{10-v}{P_y} - 10\right) \cdot \frac{10-v}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(10-v)(10-v-10P_y)}{10P_y}$$

2. $v = x + y$

1 случай: $v \in (-\infty; 0) \cup (10; +\infty)$



Примем v как параметр и решим задачу графически. $y = v - x$ – лин. ф-я, график – прямая, $v \uparrow \Rightarrow$ график $\uparrow$

Найдем все v, при которых график $y = v - x$ имеет с SPO хотя бы одну общую точку и выберем из этих значений максимальное.

Заметим, что это достигается в точке, в которой

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \max y \end{cases} \rightarrow \frac{10}{P_y} = v; \text{ с учетом огр. на } v \text{ и } P_y: P_y \in (0; 1]$$

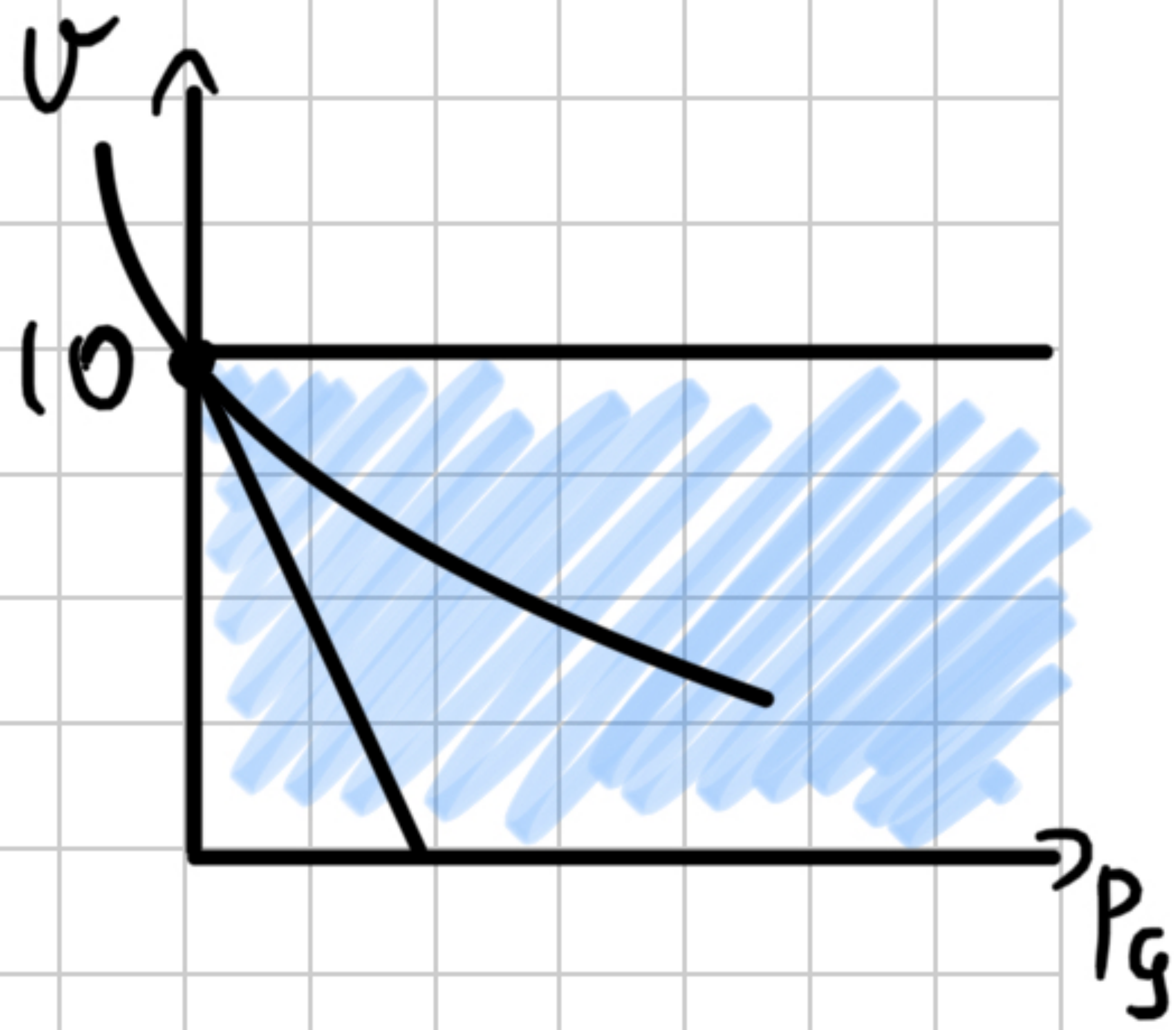
Тогда спрос на y: $y^D = \begin{cases} \dfrac{10}{P_y}, & P_y \in [0;1] \\ 0, & иначе \end{cases}$

2 случай:

$\vartheta \in [0;10]$

Аналогично 1-му случаю, двигая прямую $y = \vartheta - x$ получим $\begin{cases} x^* = 0 \\ y^* = \dfrac{10-\vartheta}{P_y} \end{cases}$

Тогда имеем ограничение: $\begin{cases} \vartheta = \dfrac{10-\vartheta}{P_y} \\ \vartheta \in [0;10] \\ P_y \le \dfrac{10-\vartheta}{10} \end{cases}$ $\rightarrow$

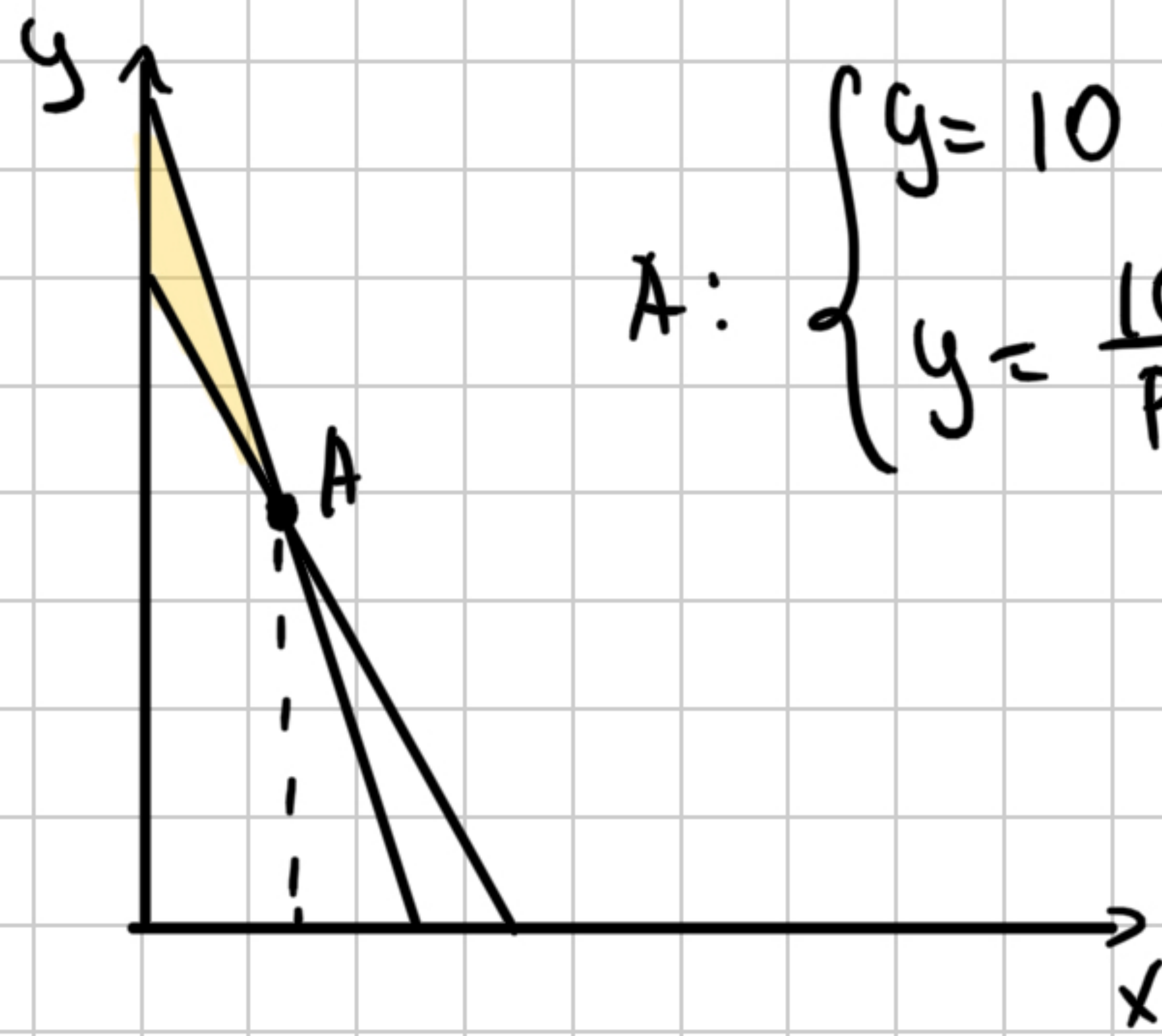


$$U = 10 \qquad\qquad \to \quad y^D = \begin{cases} \dfrac{10}{P_y}, & P_y \geqslant 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$P_y = 0$$

3. $U = X \to \max$

1 случай:



$$A: \begin{cases} y = 10 - 2{,}5x \\ y = \dfrac{10}{P_y} - \dfrac{5}{P_y}x \end{cases} \to \begin{cases} X = \dfrac{4-4P_y}{2-P_y} \\ y = \dfrac{10}{2-P_y} \end{cases}$$

причем $P_y \in (0;1]$

Максимальный X из SPO: X_A, тогда

$$X^D = \begin{cases} \dfrac{4-4P_y}{2-P_y}, & P_y \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \leftarrow \text{умирает} \end{cases}$$

$$y^D = \begin{cases} \dfrac{10}{2-P_y}, & P_y \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

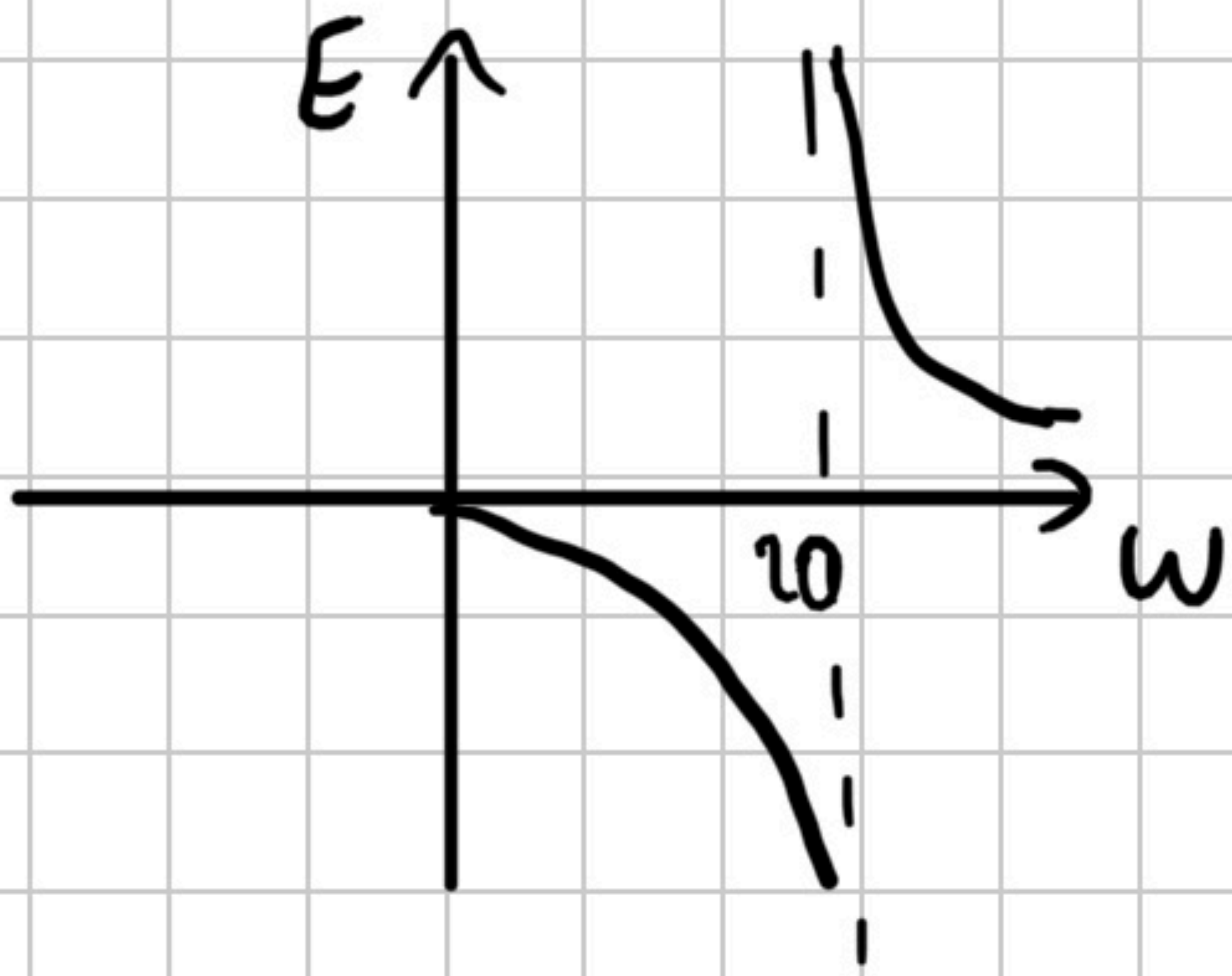
! Заметим, что $y^D \nearrow$ по P_y.

Наблюдаемый эффект – эффект Гиффена по округлению. Посчитаем E_y^w, чтобы убедиться

$$\begin{cases} y = 10 - 2{,}5x \\ y = \frac{w}{P_y} - \frac{5}{P_y}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10 - \frac{w}{P_y} = \left(2{,}5 - \frac{5}{P_y}\right)x \\ y = 10 - 2{,}5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{20P_y - 2w}{5P_y - 10} \\ y = \frac{w - 20}{P_y - 2} \end{cases}$$

$$E_y^w = \left(\frac{w-20}{P_y - 2}\right)' \cdot \frac{w\,(P_y - 2)}{w - 20} = \frac{1 \cdot (P_y - 2) \cdot w}{(P_y - 2)(w - 20)} = \frac{w}{w-20}$$

Эскиз графика:



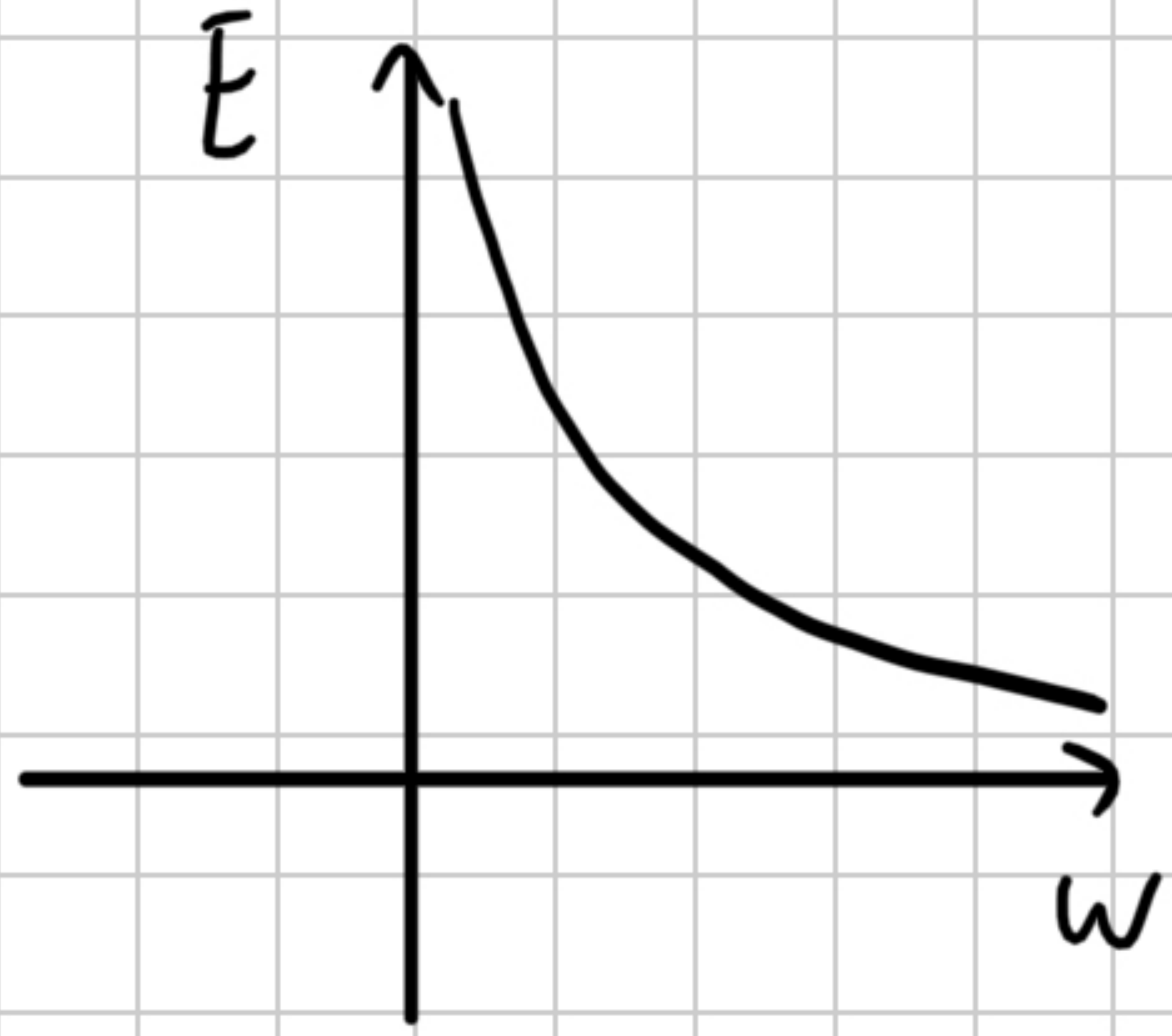
$E_y^w < 0$ при $w < 20$, т.е. при малых значениях дохода батат – инфериорное благо.

Также посчитаем E_x^w:

$$E_x^w = \left(\frac{20P_y - 2w}{2P_y - 10}\right)' \cdot \frac{w\,(2P_y - 10)}{2P_y - 2w} = -\frac{1}{P_y - 5} \cdot \frac{w\,(2P_y - 10)}{2P_y - 2w} =$$

$$= \frac{w}{w - P_y}$$

эжиз с учетом $P_y \in [0;1]$

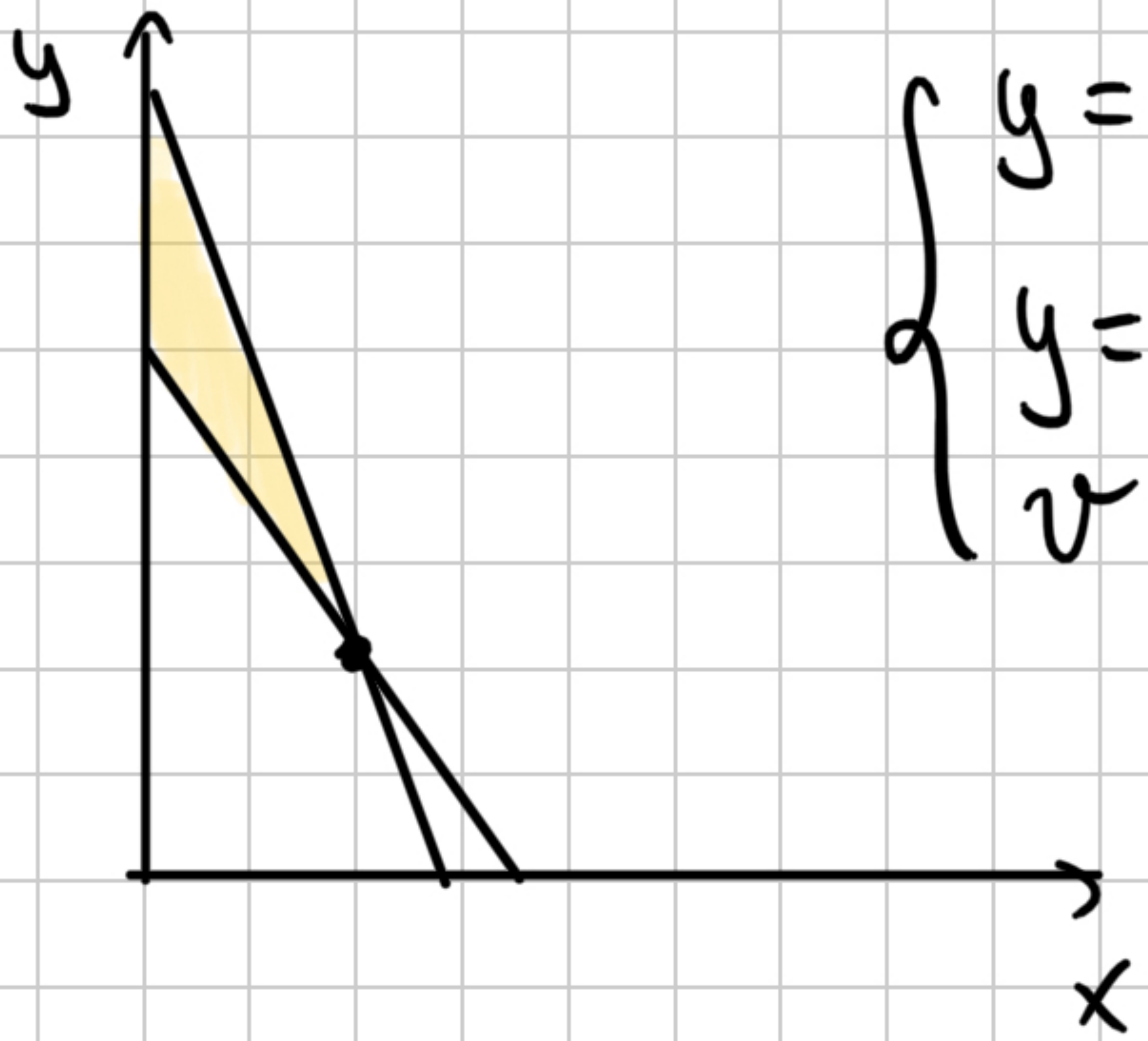


$E_x^w > 0 \to X$ - нормальное благо, а

при очень маленьких

значениях w X - товар роскоши

2 случай:



$$\begin{cases} y = \dfrac{10-v}{P_y} - \dfrac{5}{P_y}x \\ y = 10 - 2{,}5x \\ v \in [0;10] \end{cases} \to$$

$$\to \quad \frac{10-v}{P_y} - \frac{5}{P_y}x = 10 - 2{,}5x;$$

$$\frac{\dfrac{10-v}{P_y} - 10}{\dfrac{5}{P_y} - 2{,}5} = x;$$

$$\begin{cases} \dfrac{20-2\vartheta-20P_y}{10-5P_y} = x = \vartheta \\ y = \dfrac{10+\vartheta}{2-P_y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_y \in [0;1] \\ \vartheta \in [0;10] \\ y = \dfrac{10+\vartheta}{2-P_y} \\ \dfrac{20-20P_y-2\vartheta}{10-5P_y} = \vartheta = x \ (\cdot) \end{cases} \to \begin{cases} P_y \in [0;1] \\ \vartheta \in [0;10] \\ x = \dfrac{20-20P_y}{12-5P_y} \\ y = \dfrac{70}{12-5P_y} \end{cases} \to$$

$$(\cdot): \frac{20-20P_y}{10-5P_y} = \left(\frac{2}{10-5P_y}+1\right)\vartheta;$$

$$\vartheta = \frac{20-20P_y}{10-5P_y} \cdot \frac{1}{\frac{2}{10-5P_y}+1} = \frac{20-20P_y}{12-5P_y} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ тогда очевидно, что

$$\begin{cases} x = \dfrac{20-20P_y}{12-5P_y} \\ y = \dfrac{70}{12-5P_y} \\ 5 \cdot \dfrac{20-20P_y}{12-5P_y} + P_y \cdot \dfrac{70}{12-5P_y} + z = 10 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} P_y \in [0;1] \\ x = \dfrac{20-20P_y}{12-5P_y} = z \\ y = \dfrac{70}{12-5P_y} \end{cases},$$

Аналогично выше изложенному можно посчитать, что тут также проявился эффект Гиффена.

4. Найдем TC:

$$TC(y) = \sqrt{y} \rightarrow MC = \frac{1}{2\sqrt{y}}$$

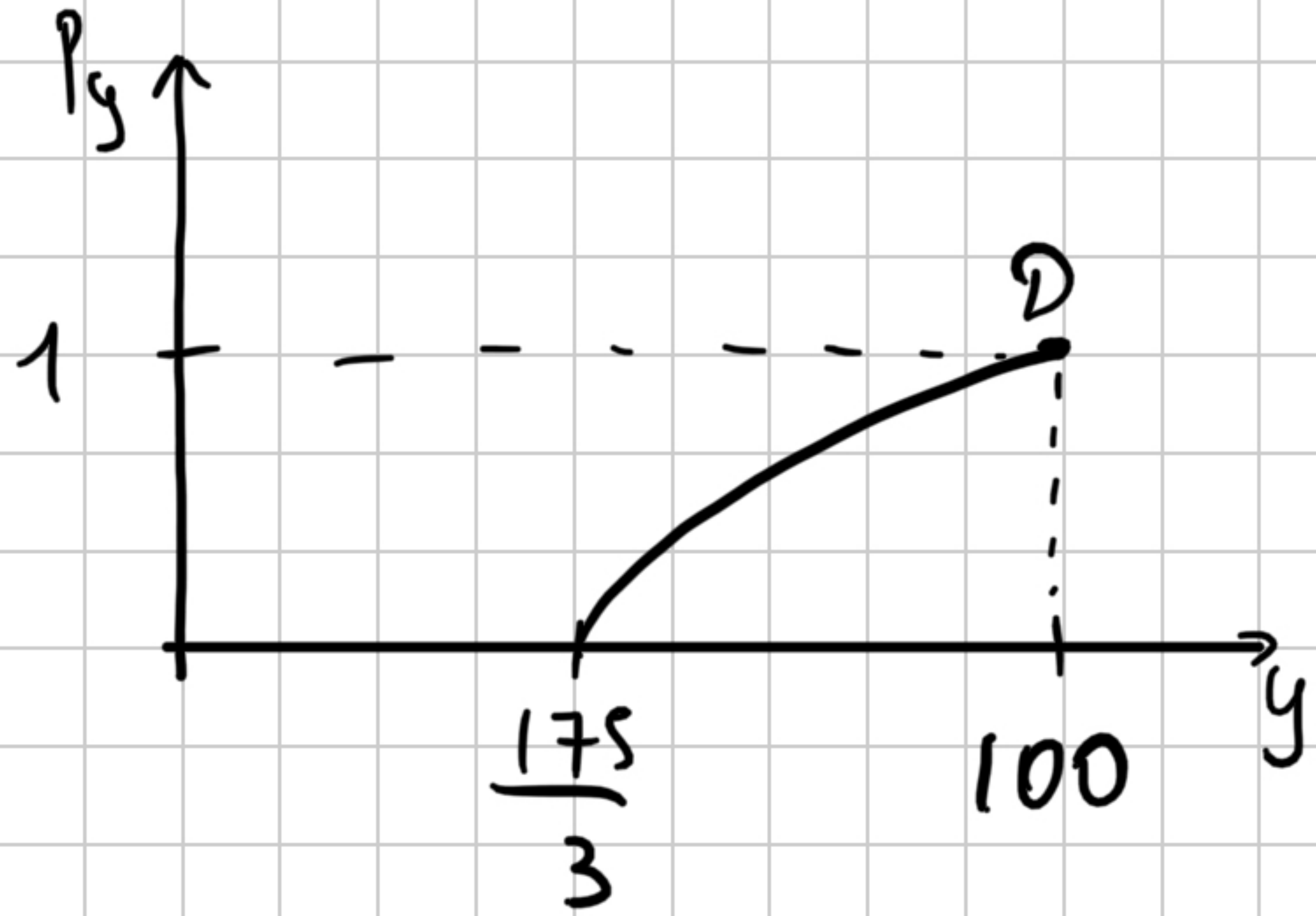
Из предыдущих пунктов заметим, что y существует при $P_y \in [0;1)$.

2 вариант:

$$y_i = \frac{70}{12-5P_y} \rightarrow y_{сумм.} = \frac{700}{12-5P_y}, \quad P_y \in [0;1]$$

$$\frac{12}{5} - \frac{700}{y \cdot 5} = P_y \rightarrow \frac{12y-700}{5y} = P_y$$

то есть $y \in \left[\frac{175}{3}; 100\right]$



$$\Pi = \left(\frac{12y-700}{5y}\right)y - \sqrt{y} \rightarrow \max$$

$y \in \left[\frac{175}{3}; 100\right]$

$$\Pi = 2{,}4x - 140 - \sqrt{y} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} y \in \left[\frac{175}{3}; 100\right] \\ y \leq Y \end{cases}$$

$$\Pi' = 2{,}4 - \frac{\sqrt{y}}{2y} = 0$$

$$y = \left(\frac{5}{24}\right)^2$$

$$\begin{array}{ccc} - & & + \\ & \left(\frac{5}{24}\right)^2 & \quad y \\ \searrow & & \nearrow \\ & \min & \end{array}$$

т.е. на рассм. пром. $\Pi(y)\uparrow$

Тогда мы будем выбирать максимально возможный Y. Имеем:

$$y^{прод.} = \begin{cases} Y, & Y \in \left[\frac{175}{3}; 100\right] \\ 100, & Y > 100 \\ \frac{175}{3}, & Y < \frac{175}{3} \end{cases}$$

Тогда

$$P_y^* = \begin{cases} 1, & Y > 100 \\ \frac{12Y - 700}{5Y} & \in \left[\frac{175}{3}; 100\right] \\ 0, & Y < \frac{175}{3} \end{cases}$$

$Y > 100$ $\qquad\qquad$ $Y \in [\frac{175}{3}; 100]$ $\qquad\qquad$ $Y < \frac{175}{3}$

Тогда $\begin{cases} y_i = \frac{70}{12-5} = 10 \\ x_i = 0 \\ z_i = 0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} y_i = \frac{Y}{10} \\ x_i = \frac{100-Y}{25} \\ z_i = x_i \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} y_i = 0 \\ x_i = \frac{5}{3} \\ z_i = \frac{5}{3} \end{cases}$

на этом отр.
$v = x_i < 10 \rightarrow$ используем таблетки

Аналогично

1 вариант:

$$y = \frac{10}{2-P_y} \rightarrow Y_{сумм} = \frac{100}{2-P_y} \rightarrow P_y = 2 - \frac{100}{y}$$

$$P_y \in [0;1]$$

$$\Pi = 2y - 100 - \sqrt{y} \rightarrow \max$$

$$y \in [50;100]$$

Эскиз ф-ии:

$\sqrt{y} = \frac{1}{4} \rightarrow y = \frac{1}{16}$, т.е на рассм. пром. $\Pi(y)\uparrow$

Тогда $y = \begin{cases} 100, & Y > 100 \\ Y, & Y \in [50;100] \\ 50, & Y < 50 \end{cases} \rightarrow$

$$\rightarrow \quad p_y = \begin{cases} 1, & Y > 100 \\ 2 - \frac{100}{Y}, & Y \in [50;100] \\ 0, & Y < 50 \end{cases}$$

Тогда $$y_i = \begin{cases} 10, & Y > 100 \\ \frac{Y}{10}, & Y \in [50;100] \\ 5, & Y < 50 \end{cases}$$

$$x_i = \begin{cases} 0, & Y > 100 \\ \frac{100 - Y}{25}, & Y \in [50;100] \\ 2, & Y < 50 \end{cases}$$

Но мы не учли огр. на $v = x_i \in (-\infty;0) \cup (10;+\infty)$

Но при $Y < 50$ v всегда меньше 10 (но $\oplus$), т.е.

не существует этого участка

Имеем $y_i = 10, \; Y > 100$

иначе – таблетки.

Tonga

$$P_y = \begin{cases} 1, & Y > 100 \\ \dfrac{12Y - 700}{5Y}, & Y \in [\frac{175}{3}; 100] \\ 0, & Y < \frac{175}{3} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 10, & Y > 100 \\ \dfrac{Y}{10}; & Y \in [\frac{175}{3}; 100] \\ 0, & Y < \frac{175}{3} \end{cases}$$