

Решение задачи "экономика и шахматы"

Сафронов Дмитрий

6 декабря 2020 г.

1 решение пункта "а"

У нас есть две производственные функции, нам нужно вывести уравнение КПВ.

$$x = K_x^2 + L_x^2$$

$$y = 2K_y^2 + 2L_y^2$$

$$K_x + K_y = 20$$

$$L_y + L_x = 50$$

Посмотрим сколько максимум мы сможем произвести у. Максимум мы сможем получить 5800.
(подставив $K_y = 20$ $L_y = 50$)

теперь мы думаем, каким самым рациональным способом мы начнем производить х?

У нас есть два варианта. Перекидывать ресурсы на K_x или на L_x

Пусть мы сначала зафиксируем L_y и начнем перебрасывать ресурсы капитала на производство X, тогда мы получим.

$$x = K_x^2$$

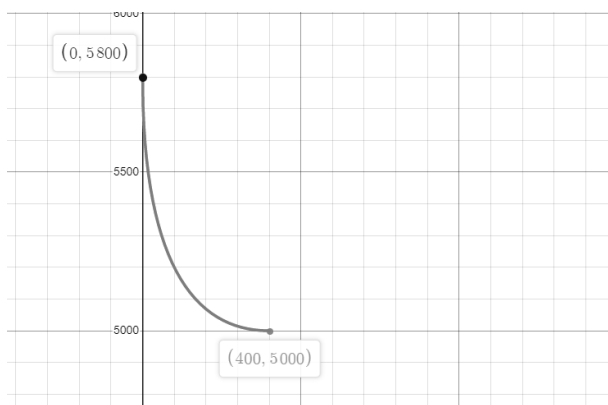
$$y = 2(20 - K_x)^2 + 5000$$

$$K_x = \sqrt{x}$$

$$y = 5800 - 80 \cdot \sqrt{x} + 2x$$

$$0 \leq x \leq 400$$

Так как максимум мы сможем получить 400х.



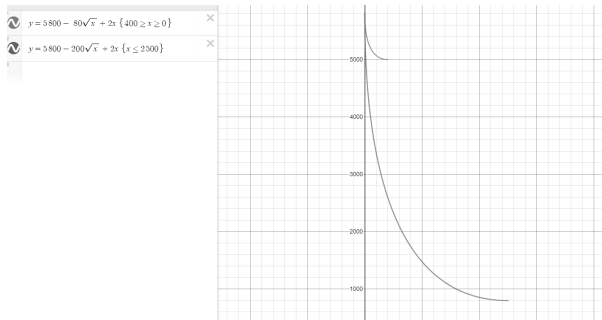
Посмотрим. Можем ли мы получить КПВ выше, если начнем вкладывать не капитал, а труд?
Пусть теперь мы зафиксировали $K_y = 20$

$$x = L_x^2$$

$$y = 800 + 2(50 - L_x)^2$$

$$y = 800 + 2(50 - \sqrt{x})^2$$

$$y = 5800 - 200\sqrt{x} + 2x$$



Как видим это КПВ лежит ниже нашей первоначальной. И некоторые точки перестали быть доступными. Следовательно, не выгодно сначала перебрасывать L
теперь посмотрим, стоит ли нам одновременно перемещать и труд и капитал.

$$y = 5800 - 200L_x + 2L_x^2 - 80K_x + 2K_x^2$$

$$x = L_x^2 + K_x^2$$

$$y = 5800 + 2x - 40(5L_x + 2K_x)$$

$$x = K_x^2 + L_x^2$$

$$L_x = \sqrt{x - K_x^2}$$

$$y = 5800 + 2x - 40(5\sqrt{x - K_x^2} - 2K_x) \rightarrow \max$$

$$\frac{dy}{dK_x} = 0$$

$$6.25K_x + K_x^2 = x$$

Решим уравнение относительно K_x

$$K_x = \frac{-6.25 + \sqrt{6.25^2 + 4x}}{2}$$

Теперь запишем $y(x)$

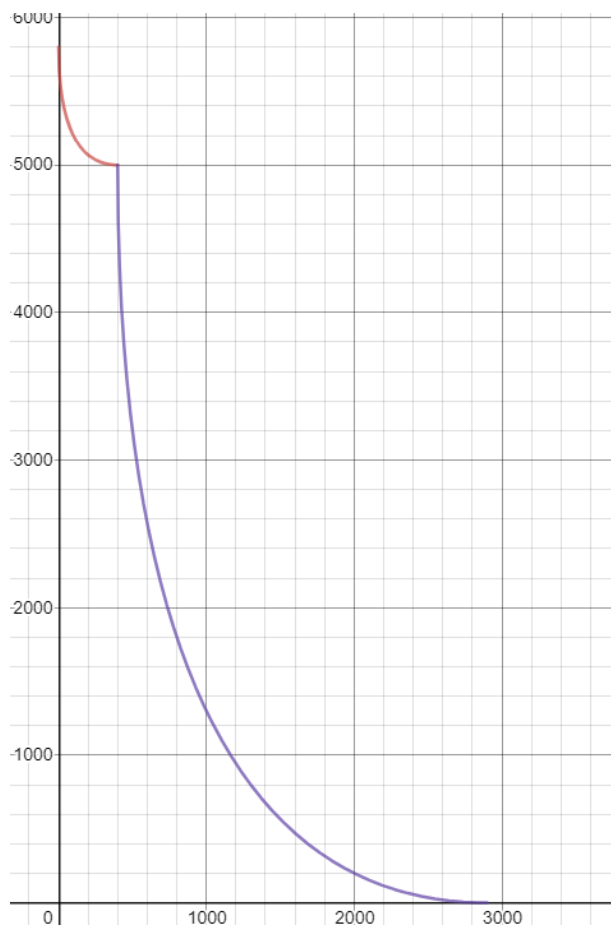
$$y(x) = 5800 + 2x - 40(5(\sqrt{x - (\frac{-6.25 + \sqrt{6.25^2 + 4x}}{2})^2}) + 2 \cdot (\frac{-6.25 + \sqrt{6.25^2 + 4x}}{2}))$$

Как мы видим, самым рациональным решением было изначально перебрасывать капитал в X . График $y(x)$ написанный выше можете построить сами, и понять, что он лежит ниже.

теперь нам ничего не остается, кроме как перебрасывать Труд в товар X . После того как мы отдали весь капитал в X

$$X = 400 + L_x^2$$

$$y = 2(50 - L_x)^2$$



$$y = 4200 + 2x - 200\sqrt{x - 400}$$

Максимум мы сможем произвести $2900x$

Но мы можем произвести БОЛЬШЕ. больше всего. Как же это сделать?

Например, сначала на первом отрезке перекладывать не K , а L а затем уже перекладывать капитал. Посмотрим, будет ли этот график лежать выше данного. Ну и затем возьмем верхнюю огибающую.

$$y = 5800 - 200\sqrt{x} + 2x$$

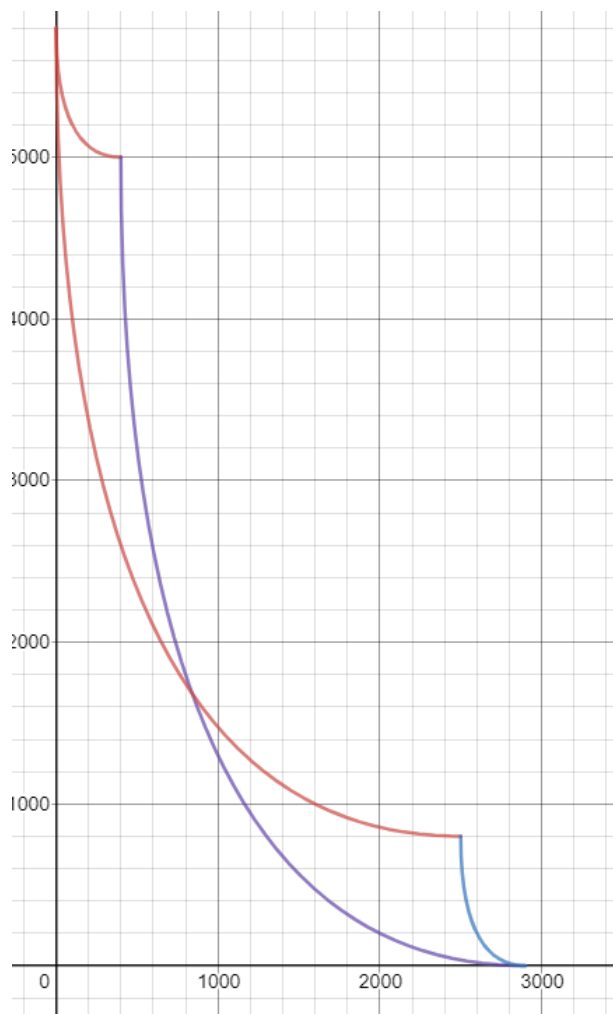
Это если бы мы сначала перекладывали бы из y в x труд, а затем:

$$x = 2500 + K_x^2$$

$$y = 2(20 - K_x)^2$$

$$y = -4200 - 800\sqrt{x - 2500} + 2x$$

Таким образом решением будет наша верхняя огибающая



Запишем ответ:

$$Y(x) = \begin{cases} 5800 - 80\sqrt{x} + 2x & 400 \geq x \geq 0 \\ 4200 + 2x - 200\sqrt{x - 400} & 841 \geq x > 400 \\ 5800 - 200\sqrt{x} + 2x & 2500 \geq x > 841 \\ -4200 - 80\sqrt{x - 2500} + 2x & 2900 \geq x > 2500 \end{cases}$$

2 решение пункта "в"

по сути тут нужно проделать тот мазахизм с самого начала. просто теперь вместо К и L будет Kt Lt. ну и получим другую систему с t. Не факт, что в t^2 раз. Этот пункт крайне противно делать, особенно если вы прошли через пункт а.

3 решение пункта "г"

Пересечем наше КПВ с функцией $4y = 8x$

Получим, что она так красиво совпало пересекает наше КПВ в точке 841 по x и 1628 по y. таким образом Дмитрий сможет потратить 210.25 комплектов.

4 Благодарности

Спасибо всем, кто решал эту задачу, я над ней старался.