

Альтернативное решение задачи «Консультанты»

(с опорой на экономические концепции: эффективность, предельный анализ)

Саперов Н.В.

Обозначения:

q_1 - количество проектов по технологии "1 опытный + 3 неопытных"

q_2 - количество проектов по технологии "2 опытных"

l - количество неопытных консультантов

L - количество опытных консультантов

Решение:

В основе решения лежит концепция эффективности (по Парето): эффективное состояние - такое, в котором нельзя улучшить что-то без ухудшения другого чего-то. Иногда смысл концепции легче понять от обратного определения: неэффективное состояние - такое, в котором *можно* что-то улучшить без ухудшения чего-то другого. Подобное улучшение часто называют «улучшение по Парето» или Парето-улучшение. Таким образом, в эффективном состоянии все возможные Парето-улучшения уже реализованы.

Концепцию эффективности можно переформулировать в более экономических категориях: «В эффективном состоянии все варианты выбора (альтернативы) равнозначны»¹. На практике это означает, что *предельные результаты* альтернатив выбора равны. Это утверждение иногда называют «*эквимагинальный принцип*», который находит широкое применение олимпиадных задачах – и в этой, в частности.

Задача компании MBV – сделать проекты эффективно: с минимальными общими затратами для любого заданного Q проектов. В эффективном состоянии компания не может улучшить (снизить) затраты, не ухудшив (не снижая) параметр Q . Есть *две альтернативы*: делать проект по технологии q_1 или по технологии q_2 .

$$\begin{cases} MC(q_1) \vee MC(q_2) \\ q_1 + q_2 = Q \end{cases}$$

Можно заметить, что для Q проектов нужно *всегда* нанять (как минимум) $L = Q$ опытных консультантов независимо от выбора технологии q_1 или q_2 . Если их нужно нанять в любом случае, то найм $L = Q$ *не нужно учитывать в предельном анализе* (аналог sunk cost). Таким образом, выбор технологии q_1 или q_2 *эквивалентен* выбору между наймом трех неопытных для работы в q_1 или наймом одного опытного для работы в q_2 (обозначим его как L_2):

$$MC(q_1) \vee MC(q_2) \leftrightarrow MC(3l) \vee MC(L_2)$$

* L_2 – второй опытный консультант, работающий в q_2

$TC_l = 100l$, тогда $MC_l = 100$ (предельные затраты при найме одного неопытного консультанта)

$TC_L = 240L + L^2$, $MC_L = 240 + 2L$ (предельные затраты при найме одного опытного консультанта) *

*при предположении непрерывности функции TC_L

Заметим, что всего опытных консультантов будет нанято $L = Q + L_2$, и «обойдется» такой работник *дополнительно* в $MC_L(L_2) = 240 + 2(Q + L_2)$. Тогда:

$$MC(3 * l) = MC(L_2) \rightarrow 300 = 240 + 2(Q + L_2) \rightarrow 30 = Q + L_2 \rightarrow L_2 = 30 - Q$$

- Если $L_2 < 30 - Q$, то, вспомнив, что $L = Q + L_2$ (или же $Q = L - L_2$), получим: $L_2 < 30 - L + L_2 \rightarrow L < 30$
То есть, при $L < 30$, неравенство $MC(q_2) < MC(q_1)$ выполняется всегда при $Q < 15$.
Тогда $Q = q_2$ и $q_1 = 0$ при $Q < 15$.
- Если $L_2 = 30 - Q$, то выполняется равенство $MC(q_1) = MC(q_2)$. Вспомнив, что $Q = L - L_2$, получим $L_2 = 30 - Q = 30 - L + L_2 \rightarrow L = 30$. Поскольку $L_2 \geq 0$, так будет только при $Q \leq 30$. Тогда фирма начинает получать каждый дополнительный Q путем *перераспределения* с технологии q_2 на технологию q_1 :
 $q_2^* = 30 - Q$ и $q_1^* = Q - q_2^* = 2Q - 30$, при $15 \leq Q \leq 30$.
- Если $L_2 > 30 - Q$, то $L > 30$. То есть, при $L > 30$, неравенство $MC(q_1) < MC(q_2)$ выполнено всегда. Тогда $Q = q_1$ и $q_2 = 0$ при $Q > 30$.

Ответ:

$$(q_1^*; q_2^*) = \begin{cases} (0; Q), Q < 15 \\ (2Q - 30; 30 - Q), 15 \leq Q \leq 30 \\ (Q; 0), Q > 30 \end{cases} \quad (l^*; L^*) = \begin{cases} (0; 2Q), Q < 15 \\ (6Q - 90; 30), 15 \leq Q \leq 30 \\ (3Q; Q), Q > 30 \end{cases}$$

Интерпретируем результат: все Q , которые меньше 15, фирма делает только по технологии "2 опытных". Каждый Q с 15ого по 30й фирма получает путем *переключения* с технологии "2 опытных" на технологию "1 опытный + 3 неопытных". Все Q свыше 30 фирма только получает только по технологии "1 опытный + 3 неопытных".

Решение задачи от идей критерия эффективности и предельного анализа не требует оптимизации, очень простое в расчетах, и основано на сравнении предельных затрат альтернатив производства Q . Не будет преувеличением сказать, что такое решение является более «экономическим» по духу, чем решение, основанное на алгебраической оптимизации.

¹ Если бы это было не так, то какие-то альтернативы были бы лучше и какие-то хуже, а значит – можно было бы сделать выбор в пользу лучших, отказавшись от худших. А это уже Парето-улучшение. При наличии возможности Парето-улучшения состояние является неэффективным по Парето.