

**Задания
для регионального этапа
XVII всероссийской олимпиады школьников в 2011/2012
учебном году**

РЕШЕБНИК

Тесты

Тест 1.

Тест включает 5 вопросов типа «Верно/Неверно». «Цена» каждого вопроса – 1 балл.
Итого по тесту 1 - 5 баллов.

Тест 2.

Тест включает 10 вопросов типа «5:1». Из нескольких вариантов ответов нужно выбрать единственно верный ответ. **Вопросы с 6 по 15** включительно оцениваются в 2 балла.
Итого по тесту 2 - 20 баллов.

Тест 3.

Тест включает 5 вопросов типа «5:N». Из нескольких вариантов ответов нужно выбрать все верные ответы. **Вопросы с 16 по 20** включительно оцениваются в 3 балла.
Итого по тесту 3 - 15 баллов.
Всего по тестам можно набрать 40 баллов **Время – 50 минут.**

**Тест №1. Выберите единственный верный ответ
(Всего 5 баллов: 1 балл за верный ответ и 0 баллов при неверном ответе)**

1. Бартер является более эффективной формой обмена по сравнению с обменом, опосредуемым деньгами, поскольку в безденежной экономике отсутствует такое явление как инфляция.

1) Верно 2) Неверно

2. Если монополист, максимизирующий прибыль, захотел бы увеличить цену на 1% в результате роста издержек, то его объем продаж уменьшился бы больше, чем на 1%.

1) Верно 2) Неверно

3. Пусть рыночный спрос на товар является убывающей функцией по цене. Тогда предельная выручка никогда не бывает больше цены дополнительно реализованной единицы продукции при любом типе рыночной структуры.

1) Верно 2) Неверно

4. Если краткосрочные предельные издержки фирмы постоянны для всех объемов выпуска, то это означает, что краткосрочные средние издержки падают.

1) Верно 2) Неверно

5. Если в экономике объем инвестиций меньше суммы частных и государственных сбережений, то величина чистого экспорта является отрицательной.

1) Верно 2) Неверно

Тест №2. Выберите единственный верный ответ
(Всего 20 баллов: 2 балла за верный ответ и 0 баллов при неверном ответе)

6. Общие издержки фирмы на рынке совершенной конкуренции описываются функцией $TC = \frac{1}{3}q^3 - 10q^2 + 175q + 500$. Цена готовой продукции равна 75. При каком выпуске прибыль максимальна?

- 1) $q=10$
- 2) $q=15$
- 3) $q=75$
- 4) $q=0$
- 5) нет верного ответа

Комментарий:

$P = MC \Rightarrow 75 = 75 + (q - 10)^2$. Это уравнение имеет единственный корень $q = 10$. Однако этот корень не является точкой максимума функции прибыли: во всех других точках предельные издержки строго больше цены, а значит, производство в целом убыточно. Значит, оптимальным для фирмы выпуском является $q = 0$. Тот же результат можно получить, сравнивая P и $\min AVC$.

7. Мир состоит из двух стран; страна И импортирует товар Т из страны Э. Внутренний рынок товара Т каждой страны совершенно-конкурентный, и в каждой из стран функция спроса строго убывает, а функция предложения строго возрастает. Тогда при введении страной И импортной пошлины в размере 100 д.е. за единицу продукции:

- 1) цена товара в стране И повысится на 100 д.е.;
- 2) цена товара в стране Э не изменится;
- 3) потребители товара в стране И не пострадают;
- 4) производители товара в стране Э не пострадают;
- 5) потребители товара в стране Э выиграют.

8. Если один безработный приходится на каждые 10 человек трудоспособного населения и на каждые 7 человек из числа занятых, то уровень безработицы составляет:

- 1) 0,1%; 2) 1,25%; 3) 9,09%; 4) 10%; 5) 12,5%.

9. В стране X производятся товары Y и Z. Изначально КПВ описывалась уравнением $Y + Z = 40$, и в стране производилось 20 единиц товара Y и 20 единиц товара Z. После улучшения технологии производства Y страна получила возможность производить на 25% больше товара Y при каждом значении производства товара Z. На сколько процентов теперь страна сможет увеличить производство товара Z, не меняя объем производства товара Y?

- 1) на 25%; 2) на 20%; 3) на 15%; 4) на 10%.
5) Страна не может увеличить производство товара Z, так как улучшилась лишь технология производства товара Y.

Комментарий:

Технология производства Y улучшилась, и потому теперь для производства тех же 20 единиц этого товара нужно меньшее количество ресурсов. Высвободившиеся же ресурсы можно направить на производство дополнительных единиц товара Z. Именно поэтому страна сможет увеличить производство товара Z, даже несмотря на то, что технология производства Z не изменилась.

10. Функция спроса некой фирмы на труд описывается уравнением $L_d = 30 - 2w$, а ее выручка как функция от выпуска имеет вид $TR = 4Q$. Предельный продукт труда при $L = 6$ равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

11. Функция спроса на продукцию монополиста описывается уравнением $Q_d = \left(\frac{6}{P}\right)^3$.

Максимизирующая прибыль фирма получила выручку, равную 24. Предельные издержки в точке оптимума равны:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

12. В некоторой стране есть две группы населения, в каждой из которых доход распределен равномерно. В ходе последнего глобального кризиса доход более бедной группы снизился на 20%, а доход всей страны – на 25%, причем более богатая группа так и осталась более богатой. Значит:

- 1) коэффициент Джини увеличился;
- 2) коэффициент Джини уменьшился;
- 3) коэффициент Джини не изменился;
- 4) коэффициент Джини мог как увеличиться, так и уменьшиться;
- 5) нет верного ответа.

Комментарий:

Тест можно решить, не производя расчетов. Раз доход всей страны в целом снизился в процентном выражении больше, чем доход бедных, то доход богатых также снизился в процентном выражении больше, чем доход бедных. Значит, неравенство в обществе сократилось.

13. Домашние хозяйства в данном году израсходовали на продовольственные товары 230 млрд руб., на покупку непродовольственных товаров 150 млрд руб., на приобретение жилья 180 млрд руб., на оплату услуг 80 млрд руб., на покупку ценных бумаг 35 млрд руб., на покупку земельных участков 15 млрд руб., на благотворительные цели (помощь детским домам, религиозным организациям и т.п.) 10 млрд руб. Какова величина потребительских расходов в экономике как составной части ВВП?

- 1) 460; 2) 640; 3) 650; 4) 665; 5) 700.

14. Выпуск фирмы может выражаться только целым числом, и $MC(Q) = 2Q$. Тогда $AC(2010) =$

- 1) 2009; 2) 2010; 3) 2011; 4) 2012;
5) недостаточно информации для ответа;

15. Спрос на продукцию фирмы-монополиста линейен и имеет отрицательный наклон. В точке текущего выпуска коэффициент эластичности предельной выручки по выпуску равен +3. Тогда:

- 1) фирме выгодно уменьшить выпуск;
- 2) фирме выгодно увеличить выпуск;
- 3) выпуск фирмы может быть оптимальным;
- 4) такая ситуация невозможна;
- 5) недостаточно информации для ответа.

Комментарий:

$E = MR'(Q) \frac{Q}{MR(Q)} = +3$. Поскольку при линейном спросе функция предельной выручки все время убывает, то $MR'(Q) < 0$. Значит, данное равенство может быть верным, только если $MR(Q) < 0$. (Сам объем выпуска, стоящий в числителе, всегда неотрицателен). Поскольку $MR(Q) < 0$, то при уменьшении выпуска выручка фирмы увеличится. Общие издержки при этом, очевидно, сократятся, а значит, увеличится и прибыль фирмы. Таким образом, фирме стоит сокращать выпуск, верный ответ – 1).

Тест №3. Выберите все верные ответы:

(Всего 15 баллов: 3 балла за вопрос, если в точности указаны все верные варианты (и не отмечено ничего лишнего), 0 баллов в противном случае)

16. Что из перечисленного относится к интенсивным факторам экономического роста?

- 1) рост производительности труда в экономике;
- 2) повышение мобильности рабочей силы;
- 3) рост численности рабочей силы;
- 4) рост образовательного и профессионального уровня работников;
- 5) массовое внедрение в практику современных управленческих технологий.

17. Фирмы А и В производят один и тот же товар и продают его на рынке по постоянной цене $p = 10$. Об издержках производства этих фирм в 2010 году известно следующее:

	А	В
ТС	800	1000
FC	200	350
AVC	4	5

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) фирма А произвела в 2010 году больше товара, чем фирма В;
- 2) прибыль фирмы А в 2010 году была больше, чем у фирмы В;
- 3) средние издержки у фирмы А в 2010 году были больше, чем у фирмы В;
- 4) средняя выручка у фирмы А в 2010 году была больше, чем у фирмы В;
- 5) переменные издержки у фирмы А в 2010 году были больше, чем у фирмы В.

18. Монополия занимается продажей новых ручек под брендом «Столетница», которые могут писать в течение 100 лет. Перечислите, в результате каких из приведенных ниже событий прибыль монополии, скорее всего, упадет:

- 1) правительство установило квоту, ограничивающую выпуск ручек этой марки и потребовало уменьшить выпуск ручек до разрешенного объема в течение месяца;
- 2) правительство стало взимать с монополии налог на единицу продукции;
- 3) другой фирмой на рынок выпущен новый товар-субститут – карандаши, которые могут писать в течение 100 лет;
- 4) другой фирмой на рынок выпущен новый товар-комплемент – бумага, которая не мнется в течение 100 лет;
- 5) антимонопольная служба потребовала снизить цену на «Столетницу», посчитав ее «экономически необоснованной».

19. За текущий месяц рубль укрепился относительно доллара, а темп инфляции не изменился. Какие из нижеперечисленных клиентов коммерческого банка выиграли в результате данного события?

- 1) вкладчик данного банка, имеющий депозит в рублях;
- 2) вкладчик данного банка, имеющий депозит в долларах;
- 3) заемщик, взявший кредит в рублях два месяца назад в данном банке;
- 4) заемщик, взявший кредит в долларах два месяца назад в данном банке;
- 5) все вышеперечисленные клиенты проиграют.

20. Функции рыночного спроса мужчин и женщин на яблоки равны

$$Q^D_M(p) = 5 - p \text{ и } Q^D_W(p) = a - 2p$$

соответственно, где $a > 0$. Функция рыночного предложения яблок равна

$$Q^S(p) = 4 + 2p.$$

Рынок яблок является рынком совершенной конкуренции. Пусть p^* – цена на яблоки в равновесии. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) при любом $a > 0$ имеет место неравенство $p^* > 0,3$;
- 2) существует $a > 0$, при котором $p^* < 0,2$;
- 3) существует $a > 0$, при котором мужчины и женщины потребляют одинаковое количество яблок в равновесии;
- 4) количество потребляемых мужчинами яблок в равновесии не зависит от параметра a ;
- 5) существует $a > 0$, при котором в равновесии женщины не потребляют яблок.

Комментарий:

а) Представим, что спрос на яблоки предъявляют только мужчины. Тогда равновесная цена p^* определится из уравнения

$$5 - p^* = 4 + 2p^*,$$

откуда $p^* = 1/3$. Если теперь женщины предъявляют дополнительный спрос, то, очевидно, равновесная цена только увеличится. Следовательно, при любом значении параметра a выполняется соотношение $p^* > 0,3$ и утверждение пункта а) верно.

б) Поскольку утверждение а) верно, то не существует $a > 0$, при котором $p^* < 0,2$. Утверждение б) неверно.

в) Рассмотрим случай $a < 10$. Тогда общий спрос на яблоки равен

$$Q^d(p) = \begin{cases} 5 + a - 3p, & \text{если } p \leq \frac{a}{2} \\ 5 - p, & \text{если } \frac{a}{2} < p < 5 \\ 0, & \text{если } p \geq 5 \end{cases}$$

В случае $p \leq a/2$ из равенства спроса и предложения в равновесии следует равенство

$$5 + a - 3p^* = 4 + 2p^*,$$

откуда $p^* = (1 + a)/5$. Неравенство $p^* \leq a/2$ выполняется при

$$(1 + a)/5 \leq a/2,$$

то есть при $a \geq 2/3$. Следовательно, если $10 > a \geq 2/3$, то мужчины и женщины в равновесии потребляют одинаковое количество яблок в том случае, если

$$5 - (1 + a)/5 = a - 2(1 + a)/5,$$

или $a = 6,5$. Легко подставить это значение в начальные условия и проверить, что в этом случае потребление яблок мужчинами и женщинами в равновесии действительно одинаково. Утверждение в) верно.

г) В пункте в) было доказано, что при некоторых ограничениях на параметр a потребление мужчинами яблок в равновесии равно $5 - (1 + a)/5$. Следовательно, утверждение г) неверно.

д) Пусть $a < 2/3$. Тогда женщины не готовы покупать яблоки по цене $p = 1/3$, которая складывается при наличии спроса только лишь со стороны мужчин. Утверждение д) верно.

5 задач, время – 150 мин., 60 баллов.

№№ задач	1	2	3	4	5
Кол-во баллов	13	13	8	13	13

Задача 1. (13 баллов)

На островах Иль де Бонёр и Иль де Либертэ производят воздушные шары, количество которых может выражаться только целым числом. Для производства одного воздушного шарика необходимы 2 единицы рабочей силы, 2 единицы латекса и 2 единицы гелия. Запасы имеющихся ресурсов на островах приведены в таблице:

	Иль де Бонёр	Иль де Либертэ
Рабочая сила	950	1500
Латекс	900	1400
Гелий	2000	1300

Между островами невозможен обмен рабочей силой – ни один житель этих островов не согласен эмигрировать. Будем называть обмен латексом, гелием и воздушными шариками взаимовыгодным, если в результате обмена обоим островам достанется больше воздушных шариков, чем при отсутствии обмена.

- (а) Каково максимальное суммарное производство воздушных шариков на двух островах при отсутствии обмена ресурсами?
- (б) Возможен ли такой обмен между островами, при котором суммарное производство воздушных шариков на двух островах будет больше 1200 штук? Если да, то приведите пример такого обмена; если нет, то докажите, почему.
- (в) Предположим, что возможен обмен латексом, гелием и воздушными шариками между островами. Какое количество воздушных шариков может оказаться на острове Иль де Бонёр в результате взаимовыгодного обмена между островами? Укажите все возможные варианты.
- (г) Предположим, что между островами возможен обмен латексом и гелием, но не возможен обмен воздушными шариками. Какое количество воздушных шариков может оказаться на острове Иль де Бонёр в результате взаимовыгодного обмена? Укажите все возможные варианты.

Решение:

Обозначим для краткости остров Иль де Бонёр за Б, а остров Иль де Либерте за Л.

(а) **(26)** Так как на острове Б есть лишь 900 единиц латекса, то на этом острове может быть произведено максимум 450 воздушных шариков (при этом рабочей силы и гелия хватит). Поскольку остров Л располагает лишь 1300 единицами гелия, то на этом острове можно произвести максимум 650 воздушных шариков (при этом рабочей силы и латекса хватит). Следовательно, в сумме будет произведено не более $450+650=1100$ воздушных шариков. Ответ: 1100 штук.

(б) **(26)** Суммарный запас латекса на двух островах составляет 2300 единиц. Значит, в сумме может быть произведено не более 1150 воздушных шариков. Ответ: не возможен.

(в) **(56)** Обозначим за x искомое количество воздушных шариков. Очевидно, что $x > 450$ – иначе такой обмен не будет взаимовыгодным.

В пункте (б) было доказано, что в сумме на двух островах может быть произведено не более 1150 воздушных шариков. Если при этом в результате обмена острову Б достанется хотя бы 500 воздушных шариков, то острову Л останется не более 650 воздушных шариков, то есть не больше, чем в отсутствие обмена. Такой обмен также не будет взаимовыгодным. Значит, $x < 500$.

Покажем, что любое число шариков от 451 до 499 на острове Б оказаться может.

Пусть остров Б отдаст острову Л 100 единиц гелия. Тогда остров Б сможет произвести самостоятельно 450 шариков (как и в отсутствие обмена). Зато остров Л сможет произвести, используя импортированный гелий, 700 воздушных шариков. Если остров Л теперь отдаст (в обмен на гелий) от 1 до 49 воздушных шариков, то на острове Б окажется в итоге от 451 до 499 воздушных шариков, а на острове Л останется от 651 до 699 воздушных шариков. Такой обмен, как видим, будет взаимовыгодным.

(г) **(46)** Вновь (из рассуждений о взаимовыгодности) получаем, что $450 < x < 500$. Однако теперь воздушные шарики нельзя перевозить, и, возможно, не все варианты 451, 452, ... 499, удастся реализовать.

Теперь каждый остров будет потреблять только воздушные шарики, произведенные у себя. Поскольку запас рабочей силы на острове Л ограничен 950, то остров сможет произвести не более 475 шариков, то есть возникает дополнительное ограничение $x \leq 475$.

Покажем, что любое число шариков от 451 до 475 на острове Б оказаться может.

Пусть остров Б поставит острову Л 50 единиц гелия. Если в обмен на это остров Л поставит острову Б от 2 до 50 единиц латекса, то остров Б как раз сможет произвести от 451 до 475 шариков. При этом заметим, что экспорт латекса не повредит собственному производству шариков на острове Л; с учетом импортированного гелия он сможет произвести 675 шариков независимо от количества экспортированного латекса, и обмен будет взаимовыгодным.

Ответ:

(а) 1100 шариков; (б) не возможен; (в) от 451 до 499 шариков; (г) от 451 до 475 шариков.

Задача 2. (13 баллов)

Зайдя на сайт сотового оператора X, Вы обнаружили, что данная компания предлагает клиентам три различных тарифа. Условия этих тарифов приведены в таблице:

Тариф	Абонентская плата	Цена за минуту	Примечание
I	нет	3 руб.	Минуты с 1-ой по 100-ую бесплатно
II	75 руб/мес	1,5 руб.	—
III	525 руб/мес	75 коп.	Минуты с 1-ой по 200-ую бесплатно

(а) Допустим, Вы планируете говорить по мобильному телефону x минут в месяц. Вы хотели бы, чтобы Ваши ежемесячные расходы на мобильную связь были минимальны. При каких значениях x Тариф II для Вас будет предпочтительнее остальных?

(б) Другой сотовый оператор — оператор Y — предлагает тариф, в котором цена за минуту равна 1 руб., а абонентская плата равна A рублей в месяц. Вы не знаете точно, сколько минут вы будете говорить в ближайшем месяце, но уверены, что не меньше 300 минут и не больше 500 минут. Вы планируете подключиться к оператору Y. В конце месяца Вы будете сожалеть о своем выборе, если Ваши фактические расходы на связь окажутся больше, чем расходы на такое же количество минут при использовании какого-то из тарифов оператора X. При каких значениях A Вы не будете сожалеть о своем выборе, независимо от того, сколько Вы фактически проговорите?

Решение:

(а) (6б) Итак, пусть мы говорим x минут. Если выбрать тариф II, то ежемесячные расходы составят $T_2(x) = 75 + 1,5x$.

Если выбрать первый тариф, то расходы составят $T_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 100; \\ 3(x-100), & x \geq 100 \end{cases}$.

При третьем тарифе расходы составят $T_3(x) = \begin{cases} 525, & x < 200; \\ 525 + 0,75(x-200), & x \geq 200 \end{cases}$.

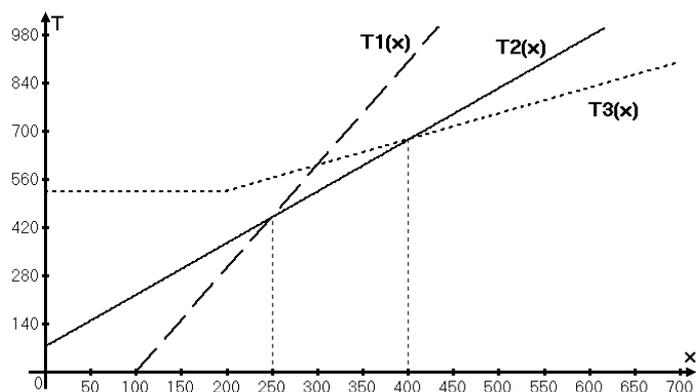
Второй тариф должен быть выгоднее первого, откуда $75 + 1,5x < 3(x-100)$, и значит, $x > 250$.

С другой стороны, второй тариф должен быть выгоднее третьего. Поскольку мы уже знаем, что $x > 250$, то $x \geq 200$, и значит, для третьего тарифа можно рассмотреть только этот случай.

$75 + 1,5x < 525 + 0,75(x-200)$, откуда $x < 400$.

Итак, второй тариф выгоднее других при $x \in (250; 400)$.

Графическая иллюстрация:



(б) **(76)** Если воспользоваться услугами компании Y , то расходы составят $T_Y(x) = A + x$. Мы не будем сожалеть о выборе оператора Y , если наши расходы окажутся не больше, чем расходы при подключению к лучшему (при данном x) тарифу оператора X . **(16)**

Из решения пункта (а) следует, что при $x \in [300; 400]$ лучшим является второй тариф оператора X , а при $x \in [400; 500]$ — третий тариф. Значит, нам достаточно найти, при каких значениях A выполнены одновременно два условия:

- (1) $A + x \leq 75 + 1,5x$ для всех $x \in [300; 400]$;
- (2) $A + x \leq 525 + 0,75(x - 200)$ для всех $x \in [400; 500]$.

Преобразуем эти условия:

- (1) $A \leq 75 + 0,5x$ при всех $x \in [300; 400]$. Поскольку правая часть этого неравенства возрастает по x , то условие (1) эквивалентно тому, что $A \leq 75 + 0,5 \cdot 300 = 225$.
- (2) $A \leq 375 - 0,25x$ при всех $x \in [400; 500]$. Поскольку правая часть этого неравенства убывает по x , то условие (2) эквивалентно тому, что $A \leq 375 - 0,25 \cdot 500 = 250$.

Итак, первое условие выполнено при $A \leq 225$, а второе — при $A \leq 250$. Значит, оба условия выполнены одновременно при $A \leq 225$.

Ответ: (а) при $250 < x < 400$; (б) при $A \leq 225$.

Задача 3 (8 баллов).

Все население города N-ска составляет 200 тыс. человек. В году 0 выпуск в городе находился на своем потенциальном уровне, равном 1000. В году 1 произошла рецессия, в результате которой без работы осталось 4 тыс. человек. Количество занятых в году 1 составило 91 тыс. человек; в том же году было произведено исследование, которое показало, что уровень естественной безработицы в городе равен 5%.

Каков был фактический объем выпуска в городе в году 1, если коэффициент Оукена равен 2,5?

Решение:

В году 0 выпуск находился на потенциальном уровне, и значит, изначально циклическая безработица равна нулю. Следовательно, количество циклических безработных в году 1 равно в точности 4 тыс. человек.

$$u_{ест} = \frac{U_{ест}}{L} = \frac{U_{ест}}{U_{ест} + U_{цикл} + E}$$

$$0,05 = \frac{U_{ест}}{U_{ест} + 4 + 91}, \text{ откуда } 0,95U_{ест} = 0,05 \cdot 95, \text{ и значит, } U_{ест} = 5 \text{ тыс. человек.}$$

Отсюда находим величину рабочей силы: $L = 91 + 4 + 5 = 100$ тыс. человек.

$$u_{цикл} = \frac{U_{цикл}}{L} = \frac{4}{100} = 4\%.$$

Наконец, найдем фактический ВВП из закона Оукена:

$$\frac{Y_{факт} - Y^*}{Y^*} = -\beta \cdot u_{цикл}$$

$$\frac{Y_{факт} - 1000}{1000} \cdot 100\% = -2,5 \cdot 4\% = -10\%, \text{ откуда } Y_{факт} = 900.$$

Ответ: 900.

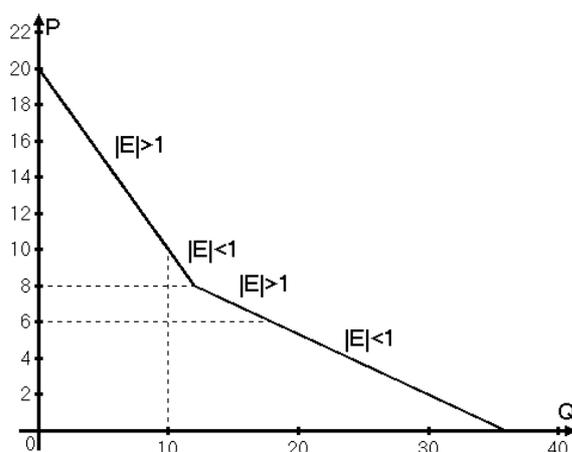
Задачу можно решить и без расчета промежуточные результаты — сразу выводя формулу для итогового ответа и затем подставляя в нее имеющиеся данные. В этом случае баллы, относящиеся к промежуточным ответам, начисляются за наличие верных алгебраических выкладок, приводящих к итоговому ответу.

Задача 4 (13 баллов).

На некотором рынке есть две группы потребителей, функции спроса которых линейны. Монополист, действующий на данном рынке, заметил, что пока он увеличивает объем продаж с нуля до 10 единиц, его выручка растет. При дальнейшем увеличении объема продаж его выручка падает, пока цена не станет равна 8. Однако если он будет наращивать объем продаж и дальше, то выручка будет расти вновь, пока цена не опустится до 6. После этого порога выручка фирмы снова падает, вплоть до того момента, когда выпуск не сравняется с максимальной величиной рыночного спроса, равной 36.

Восстановите функции спроса обеих групп потребителей.

Решение:



Если функции спроса обеих групп линейны, то рыночная функция спроса является кусочно-линейной функцией. Будем называть группу с более высокой максимальной ценой спроса «первой», а другую группу — «второй».

Обозначим максимальные цены спроса и величины спроса двух групп за P_{\max}^1 , P_{\max}^2 , Q_{\max}^1 , Q_{\max}^2 соответственно.

Из поведения выручки ясно, что сначала рыночный спрос эластичен, затем неэластичен, затем снова эластичен, и наконец, снова неэластичен. При движении вдоль обычной линейной кривой спроса характер эластичности спроса может измениться максимум один раз. Значит, ситуация, описанная в условии, возможна, только когда на первых двух участках (вплоть до цены 8) мы двигаемся по «верхнему» отрезку суммарного спроса, а на вторых двух — «по нижнему». Значит, излом кривой рыночного спроса происходит при цене 8: $P_{\max}^2 = 8$

Отсюда же ясно, что $Q = 10$ и $P = 6$ соответствуют двум точкам единичной эластичности рыночного спроса. Поскольку при $Q = 10$ потребляет только одна группа, то это и точка единичной эластичности ее спроса. Ее спрос линейен, и потому ее максимальная величина спроса $Q_{\max}^1 = Q_d^1(0)$ ровно вдвое больше, чем величина спроса в точке единичной эластичности, то есть $Q_{\max}^1 = 20$.

Поскольку $Q_{\max}^1 + Q_{\max}^2 = 36$, то $Q_{\max}^2 = 16$. Теперь мы знаем, что $P_{\max}^2 = 8$ и $Q_{\max}^2 = 16$, и поэтому (по двум точкам) можем легко восстановить функцию спроса второй группы: $Q_2(P) = 16 - 2P$.

$P=6$ — это точка единичной эластичности суммарного спроса на участке, когда потребляют обе группы. Объем суммарного спроса в этой точке вдвое меньше, чем максимальный объем суммарного спроса, и потому он равен $36/2=18$. Зная две точки на этом участке спроса ($Q=36, P=0$) и ($Q=18, P=6$), восстанавливаем его уравнение: $Q_{\text{рын}}(P) = 36 - 3P$.

Теперь функцию спроса первой группы можно получить, просто вычитая из рыночного спроса спрос второй группы: $Q_1(P) = Q_{\text{рын}}(P) - Q_2(P) = 20 - P$.

Ответ: $Q_1(P) = 20 - P$, $Q_2(P) = 16 - 2P$.

Также задачу можно решить, и не привлекая понятие эластичности. В этом случае наиболее естественный способ заключается в том, чтобы ввести в общем виде функции $Q_1 = a - bP$ и $Q_2 = c - dP$, а затем попытаться найти значения параметров a, b, c, d из имеющихся данных. Но и этот способ вряд ли будет эффективным, если не догадаться, что 8 — это не что иное, цена в точке излома функции рыночного спроса.

Задача 5. (13 баллов)

Рыболовецкое хозяйство «Без труда...» использует в производстве единственный переменный фактор — труд. Производственная функция фирмы задана уравнением $Q = 2\sqrt{L}$, где Q — выпуск фирмы, L — количество нанятых работников. Фирма является совершенным конкурентом как на рынке продукта, так и рынке труда; цена продукта равна 20 д.е., зарплата же равна 5. д.е

(а) Найдите, какой объем труда наймет фирма, каковы будут ее выпуск и прибыль?

Государство хотело бы с помощью субсидии стимулировать фирму нанимать больше работников. Оно рассматривает два варианта субсидирования:

(i) Выплачивать фирме 1 д.е. за каждого нанятого работника;

(ii) Выплачивать фирме s д.е. за каждую произведенную единицу продукции.

(б) Объясните, почему вторая мера также является способом побудить фирму нанимать больше работников;

(в) Определите, каким будет количество работников, нанятых фирмой, если будет реализована мера (i);

(г) Определите, какой должна быть ставка s в случае введения меры (ii), чтобы оба варианта (i) и (ii) привели к одинаковому увеличению количества работников, нанятых фирмой, по сравнению с пунктом (а).

(д) Допустим, ставка s соответствует найденной вами в предыдущем пункте, и потому эффект от обеих мер одинаковый. Какая из двух мер потребует от государства меньших расходов на субсидию?

Решение:

(а) **(3б)** Фирма решает задачу максимизации прибыли: $\pi(L) = 20 \cdot 2\sqrt{L} - 5 \cdot L \rightarrow \max$
Приравняв производную к нулю (или, что то же самое, приравняв предельный продукт труда в денежном выражении к зарплате), получим, что $\frac{20}{\sqrt{L}} = 5$, откуда $L = 16$.

Выпуск фирмы будет равен $2\sqrt{16} = 8$, а $\pi(16) = 80$.

(б) **(2б)** Вторая мера побудит фирму увеличить предложение продукции, но поскольку труд является единственным переменным фактором производства, фирме для этого придется нанять больше работников, и в итоге занятость на фирме также увеличится.

(в) **(3б)** В новой ситуации фирма решает задачу $\pi(L) = 20 \cdot 2\sqrt{L} - 5 \cdot L + 1 \cdot L \rightarrow \max$
 $\frac{20}{\sqrt{L}} = 4$ (по сути издержки фирмы на одного работника теперь не 5, а 4), откуда $L = 25$.

(г) **(3б)** При введении меры (ii) фирма будет решать задачу $\pi(L) = (20 + s)2\sqrt{L} - 5L \rightarrow \max$, откуда $\frac{20 + s}{\sqrt{L}} = 5$. Чтобы обе политики имели одинаковый эффект, фирме в случае (ii) должно быть выгодно нанять ровно 25 работников. Значит, $\frac{20 + s}{\sqrt{25}} = 5$, откуда $s = 5$.

(д) **(2б)** В случае (i) расходы фирмы на субсидию составят $1 \cdot 25 = 25$ д.е. В случае (ii) расходы фирмы на субсидию составят $sQ = 5 \cdot 2\sqrt{25} = 50$ д.е. Таким образом, вторая мера обойдется государству вдвое дороже, чем первая.

Ответ:

(а) $L = 16$, $Q = 8$, $\pi = 80$; (в) $L = 25$; (г) $s = 5$; (д) Первая мера потребует меньших расходов на субсидию.

Примечание: в каждом из пунктов задачи можно было найти точку максимума функции прибыли и без использования производной, просто заметив, что в каждом случае функция прибыли является параболой с ветвями вниз относительно $t = \sqrt{L}$.