

Сибириада. Шаг в Мечту  
Новосибирская область, город Бердск

---

9-й и 10-й класс

# Третий этап

Дата написания	25 февраля 2015 г.
Количество задач	4
Сумма баллов	160

*Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.*

---

*Решения заданий выполняются на отдельном бланке.*

**Задача 1. Мастерская «Столы & стулья»****(25 баллов)**

Маленькая мастерская «Столы & стулья» специализируется на выполнении заказов по изготовлению столов и стульев. В мастерской работают три брата. Каждый из братьев за месяц готов изготовить максимум 40 стульев, однако их желания и возможности по изготовлению столов сильно различаются.

- Старший брат — на все руки мастер, может делать и столы, и стулья, при этом альтернативная стоимость изготовления 1 стола для него всегда равна 2-м стульям.
- Средний брат тоже может изготавливать и столы, и стулья, однако он принципиально придерживается правила: столы и стулья он будет производить *только* комплектами — 1 стол и к нему 4 стула. Так и никак иначе!
- Младший брат не так давно начал работать в мастерской и все никак не научится делать столы, хотя стулья у него получаются не хуже, чем у братьев.

а) Покажите на графике в координатных осях  $X$  и  $Y$  множество производственных возможностей мастерской, указав на горизонтальной оси количество изготавливаемых стульев, а на вертикальной оси  $Y$  количество изготавливаемых столов. Объясните логику ваших построений.

б) В мастерскую обратились 3 клиента: Иванов, Петров и Сидоров. Иванов хочет заказать 5 столов и 110 стульев и готов за заказ заплатить 50 тысяч рублей. Петрову нужно 20 столов и 82 стула, за заказ он готов заплатить 70 тысяч рублей. Сидоров очень хочет приобрести 8 столов и 4 стула и готов заплатить 30 тысяч рублей. Очевидно, что выполнить все заказы мастера не смогут, кому-то придется отказать. Исходя из возможностей мастерской, дайте обоснованные рекомендации по организации работы братьев-мастеров на следующий месяц, следуя которым мастерская сможет получить максимальный доход. Покажите решение на графике.

**Задача 2. Аннуитет Ерофея****(25 баллов)**

31 декабря 2012 года Ерофей взял в «Бета-банке» некую сумму в кредит на срок 4 года по ставке 25 % годовых. Договор предусматривает погашение кредита по популярной *аннуитетной* схеме: в конце каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 25 %), а затем Ерофей переводит в банк фиксированный платеж в размере  $X$  рублей. Банк рассчитал, что для того, чтобы долг был полностью выплачен за 4 года,  $X$  должен равняться 625 тыс. рублей.

а) Найдите сумму, которую Ерофей взял в кредит;

б) В конце 2014 года рыночная ставка по кредиту снизилась до 15 % годовых. Несмотря на то, что, согласно текущему договору кредитования, ставка по кредиту Ерофея неизменна и равна 25 %, Ерофей придумал, как можно сэкономить на выплате процентов. 31 декабря 2014 года он закрыл кредит в «Бета-банке» досрочно, а сумму, необходимую для этого (за исключением текущего платежа по старому кредиту) он взял в кредит в «Гамма-банке». Ставка по новому кредиту равна 15 %; выплаты по нему производятся двумя равными платежами — в конце 2015 и 2016 года.

На сколько процентов уменьшится ежегодный платеж Ерофея в 2015 и 2016 годах в результате его действий?

**Задача 3. Ассортимент при ограниченных финансовых возможностях****(25 баллов)**

Фирма является единственным производителем товаров  $X$  и  $Y$ . Издержки производства товара  $X$  описываются функцией  $TC(X) = 10X + 5$ , где  $X$  — количество товара  $X$ . Издержки производства товара  $Y$  равны  $TC(Y) = 15Y + 10$ , где  $Y$  — количество товара  $Y$ . Известны обратные функции спроса на эти продукты:  $P_X = 20 - X$ ,  $P_Y = 75 - 2Y$

а) Какое количество каждого товара будет выпускать фирма, максимизирующая прибыль, если ее финансовые возможности ограничены суммой 300 ден. ед., и в пределах этой суммы затрат ее производственные возможности позволяют выпускать любые сочетания  $X$  и  $Y$ ?

б) Экономический кризис привел к сокращению возможностей фирмы. Теперь на финансирование производства она может потратить не более 205 ден. ед. Какое количество  $X$  и  $Y$  следует теперь производить фирме, чтобы получить максимальную прибыль?

**Задача 4. Молодильные яблоки****(25 баллов)**

В Тридевятом Царстве спрос на молодильные яблоки в 2014 году описывался функцией  $Q_d = 40 - 2P$ , а предложение функцией  $Q_s = 16P/3 - 100/3$ , где  $Q$  — количество молодильных яблок в тоннах, а  $P$  — цена тонны яблок в рублях. В 2015 году спрос на молодильные яблоки не изменился, а вот предложение выросло, да так, что продавцы готовы теперь при любом уровне цен поставлять на продажу на 50 % яблок больше по сравнению с прошлым годом. Казалось бы, хороший урожай должен был обрадовать продавцов яблок, однако этого не случилось, и обратились они к царю с просьбой оказать содействие и выделить средства из казны для их поддержки.

а) Проведя необходимые расчеты, объясните, почему большой урожай не обрадовал продавцов молодильных яблок.

б) Царь дал распоряжение своим советникам — молодому и старому — подготовить рекомендации по оказанию поддержки продавцам молодильных яблок.

- Молодой советник предложил удержать цену на уровне прошлого года, купив часть яблок, чтобы потом, если получится, продать их в Тридесятое Государство.
- Старый советник предложил не торопиться, а подождать до окончания сезона торговли яблоками, а потом выплатить всем продавцам разницу фактических цен этого и прошлого года. По его мнению, этот вариант обойдется дешевле для государственной казны.

Царь согласился с его доводами и подписал соответствующий указ, решив, что обнародует его после установления нового рыночного равновесия в 2015 году. Действительно ли рекомендации старого советника обойдутся государственной казне дешевле, если они не будут обнародованы до установления нового равновесия?

в) Когда царь беседовал со своими советниками, их разговор подслушал шут. У него родилась идея, как можно использовать полученную конфиденциальную информацию для личного обогащения. Все продумав и просчитав, он решил поделиться своими соображениями с представителями продавцов молодильных яблок до принятия ими решения о том, какой объем продавать в 2015 году. Шут попросил за свои услуги 20 % от суммы, которую получают продавцы яблок из государственной казны, если воспользуются его рекомендациями. Какие рекомендации разработал хитрый шут? Какую сумму он рассчитывает получить за свои «услуги»?

г) Покажите на графике расходы государственной казны в каждом из следующих случаев:

- Были бы приняты рекомендации молодого советника.
- Принятые рекомендации старого советника оставались бы тайной до установления нового равновесия.
- Продавцы яблок последуют рекомендациям хитрого шута.