

X Международный школьный конкурс РЭШ

16 февраля — 16 марта 2019 года



Решения

Задача 1.

Экономический эффект от мероприятий складывается из двух составляющих – доходов и расходов.

Эффект на доходы:

1. Введение турникетов и валидаторов по условиям задачи значительно повысило собираемость платежей (т.е. при том же пассажиропотоке сумма сборов увеличилась).
2. Снижение расходов на кондукторов (снижение их числа на рейсах).
3. Можно ожидать, что из-за больших очередей на вход и достаточно длительного ожидания часть пассажиропотока, которая и ранее оплачивала проезд, переориентировалась на альтернативные способы передвижения (собственный транспорт, маршрутные такси, которые являются частным, а не муниципальным транспортом), что снизило суммарный пассажиропоток, приходящийся на общественный муниципальный транспорт, и следовательно понизило доходную часть.

Эффект на расходы:

1. Стоимость установки и обслуживания самих турникетов и валидаторов
2. Значимо увеличившееся время простоя на остановках означает большее время одного рейса, т.е. меньшее количество пассажиров, перевезенных одной единицей транспорта за сутки. Соответственно возникает необходимость запускать на один и тот же маршрут больше единиц транспорта. Это ведет к росту расходов на дополнительных водителей, обслуживание дополнительных единиц транспорта и рост затрат на топливо.

Суммарно рост затрат мог превысить эффект от роста собираемости.

Одним из объяснений отказа от кондукторов даже после возвращения на «бестурникетную» схему может служить «теория разбитых окон». За те несколько лет, когда уклониться от оплаты было практически невозможно, у пассажиров сформировалась, во-первых, привычка оплачивать проезд, во-вторых нетерпимость к безбилетникам, которые своими действиями задерживали и так очень большую очередь на вход в транспорт. Когда вернули возможность входить во все двери транспорта доля безбилетных по инерции продолжала быть крайне низкой (сохранились прежде оплаченные проездные, часть людей уже выработала привычку оплачивать проезд и заложила эту статью расходов в свой бюджет и т. д.). Таким образом, решившиеся на безбилетный проезд оказались в значительном меньшинстве. Как показано многими исследованиями, действия в меньшинстве ведет к психологическому дискомфорту (одно дело, когда есть мнение, что многие ездят безбилетником и это не сильно порицается обществом, другое – когда человек наблюдает,

что практически все оплачивают проезд).¹ Таким образом, даже при значительно меньшем количестве кондукторов собираемость остается выше, чем до проведения эксперимента.

Задача 2.

Уменьшение числа компаний, которые действуют на рынке, ослабит конкуренцию и повысит цены. В силу того, что Великобритания является достаточно крупным рынком, то ввод ответных тарифных и нетарифных барьеров при Брексите (выходе Великобритании из ЕС) позволит увеличить степень монополизации внутреннего рынка и, соответственно, рост доходов на этом крупном рынке компенсирует дополнительные издержки от пошлин на внешних рынках.

Еще один фактор – прописанное в договорах отсутствие жестко зафиксированных барьеров привело к тому, что страны внутри ЕС пытаются создать неформальные барьеры (разного рода технические регламенты производства, требования к экологичности, этичности производства, и т. д.).² Зачастую необходимость соответствия этим неформальным регламентам может оказаться более затратным чем уплата фиксированной пошлины для внешнего по отношению к ЕС контрагенту.

Выход из ЕС коснется не только товаров, но и других программ взаимодействия Великобритании и ЕС, в том числе рынка труда. Одним из факторов может быть поиск высококвалифицированных специалистов, для которых в условиях Брексита будут ограничены возможности найма на территории ЕС и они будут вынуждены искать работу внутри страны, что, в свою очередь, приведет к снижению уровня оплаты таких специалистов. Данный фактор может быть значим в силу значительного превосходства высшего и профессионального образования Великобритании над среднеевропейским в некоторых областях.

Задача 3.

В общем случае бизнес для акционера (владельца предприятия) рассматривается как возможность получения денежного потока на определенном временном горизонте. Соответственно любой экономический проект (мы не касаемся здесь имиджевых проектов, благотворительности и т. д.) рассматривается с позиции количества денег, которые попадут непосредственно во владение акционера.

Соответственно акционеру необходимо вернуть **все** расходы, которые он понесет при реализации проекта. Капитальные расходы – это инвестиции в строительство и организацию производства; операционные расходы – расходы на ведение деятельности (зарплата рабочих, затраты на топливо и прочие расходные материалы, общенакладные расходы). По условиям задачи данные платежи будут компенсированы в тарифе. Стоит отметить, что капитальные затраты компенсируются в привязке к объему реализованных инвестиций и к требуемой доходности (об этом ниже), а основным драйвером операционных расходов является уровень инфляции, так как уровень расходов для типового проекта как правило известен как регулятору, так и компаниям оперирующим на рынке.

Однако существует еще один класс платежей предпринимателя – налоги. Два главных по объемам платежей – налог на прибыль и налог на имущество (новая котельная ставится на баланс как новый имущественный комплекс). Соответственно, если в тарифе не будет учтена компенсация этих платежей, объем денег, который получит на руки собственник компании, окажется ниже, чем он ожидал бы получить даже при корректно рассчитанном объеме возмещения капитальных и

¹ Одна из первых работ на эту тему – Asch S. E. (1940). "Studies in the principles of judgments and attitudes: II. Determination of judgments by group and by ego-standards". *Journal of Social Psychology*. 12 (2):433–465. Популярное изложение результатов см., например, здесь https://ru.wikipedia.org/wiki/Эксперимент_Аша.

² Проблема описана в European Commission, «Report: Protectionism on the Rise, EU Successful in Countering Barriers», 26 июня 2017 г. Краткое популярное изложение доклада см. например, здесь <https://www.ictsd.org/bridges-news/мосты/news/евросоюз-страны-партнеры-продолжают-вводить-торговые-барьеры>.

операционных затрат. Как правило, новые проекты такого типа получают льготу по налогу на имущество (в течение определенного периода налог на имущество с нового объекта не уплачивается), а ожидаемый объем налога на прибыль напрямую компенсируется в тарифе.

Теперь рассмотрим вопрос про доходность. У собственника, как правило, есть некоторое представление, какую доходность имеет его бизнес (т.е. процент, который он получит сверх вложенных средств). Т.е., иначе говоря, по какой минимальной ставке он готов вкладывать деньги в бизнес (который несет риски возникновения убытков), ниже которой ему предпочтительнее вложить их в безрисковые активы (например, открыть банковский вклад). Варианты предложенные в задаче:

- 1) *Доходность по гособлигациям.* Очевидно, что государственные облигации относятся к условно безрисковым активам – вероятность дефолта по ним крайне низка. Соответственно, предприниматель захочет по бизнес проекту с риском убытков иметь большую доходность, чем по облигациям, которые приносят гарантированный безрисковый доход.
- 2) *Кредитная ставка банка.* Банки выступают инфраструктурными организациями на рынке денег, они предлагают наиболее дешевые доступные источники финансовых средств для агентов. Процент по кредитам ниже, чем доходность бизнеса, который этот кредит берет (иначе смысла брать кредит нет – собственник получит меньше, чем заплатит банку). Таким образом, закладываемая доходность при прочих равных должна быть выше средней кредитной ставки.
- 3) *Инфляция плюс процент.* Для долгосрочных проектов (в российских условиях 20 лет можно считать долгосрочным проектом) – это адекватный способ задать уровень доходности. Предполагая, что динамика основных финансовых макро-индикаторов (процентная ставка по кредитам, инфляция, ставка по облигациям) будет двигаться синхронно, привязка к динамике одного из таких показателей в виде определенной премии сверх этого показателя позволяет нивелировать риски скачков показателей и задавать необходимый уровень доходности сверх безрискового уровня.

Задача 4.

а) Рассмотрим задачу для каждого пенсионера. Заметим что $x_n = 20 - y_n$. Тогда задачу можно переписать как $\frac{12}{n} \cdot \sqrt{y_n} + 20 - y_n$. Обозначив $\sqrt{y_n}$ за А, получим выражение $\frac{12}{n} \cdot A + 20 - A^2$. Максимум этой функции достигается в точке $A = \frac{6}{n}$, т.е.

N	y
1	36
2	9
3	4
4	2,25
5	1,44
6	1

Заметим, что а) y_n не может быть больше 5 и должен быть целым числом. Таким образом, для этажей 4 и 5 надо проверить удовольствие для крайних точек (для 5 этажа сравнить $\frac{12}{5} + 19 > \frac{12}{5} \cdot \sqrt{2} + 18$, т.е. выгодней 1 клумба; для 4 этажа $\frac{12}{4} \cdot \sqrt{2} + 18 > \frac{12}{4} \cdot \sqrt{3} + 17$ т.е. выгодней 2 клумбы). Для этажей 1 и 2 пенсионеры могут позволить себе максимум по 5 клумб (что будет являться оптимальным решением в силу монотонности квадратичной функции на данном отрезке).

Итоговая таблица:

n	y	Удовольствие пенсионера (округл. до десятых)
1	5	41,8
2	5	28,4
3	4	24,0
4	2	22,2
5	1	21,4
6	1	21,0

Видно, что чем выше этаж пенсионера, тем меньше его удовольствие. Поэтому любой пенсионер будет согласен переехать на любой этаж, который находится ниже его текущего этажа.

б) Вначале заметим, ни один из пенсионеров не будет выращивать клумбу, если суммарное число клумб больше или равно, его оптимальному значению из пункта а). Пусть Y_{-n} – суммарное число клумб, выращенное другими пенсионерами, K – число клумб в оптимуме пункта а). Покажем, что

$$(1) \frac{12}{n} \cdot \sqrt{Y_{-n}} + 20 > \frac{12}{n} \cdot \sqrt{Y_{-n} + \Delta} + 20 - \Delta \text{ для каждой } \Delta > 0, Y_{-n} \geq K$$

Неравенство (1) эквивалентно

$$\sqrt{Y_{-n}} > \sqrt{Y_{-n} + \Delta} - \Delta \cdot \frac{n}{12}$$

Предполагая, что обе части больше нуля, возведем обе части уравнения в квадрат

$$0 > \Delta - \frac{n}{6} \Delta \sqrt{Y_{-n} + \Delta} + \frac{\Delta^2 n^2}{144}$$

Если это утверждение будет справедливо при $\tilde{Y} = \tilde{K}$, то оно будет справедливо и при любом $\tilde{Y} > \tilde{K}$.

$$0 > \Delta - \frac{n}{6} \Delta \sqrt{K + \Delta} + \frac{\Delta^2 n^2}{144}$$

Вспоминая, что $K = \frac{36}{n^2}$ и что $\Delta > 0$

$$24n \sqrt{\frac{36}{n^2} + \Delta} > 144 + \Delta n^2$$

Поскольку левая часть растет со степенью $\frac{1}{2}$, а правая линейно проверим крайнее значение для $\Delta=4$ (из-за ограничения по прожиточному минимуму более чем на 5 число клумб увеличить не сможет).

n, $\Delta=5$	$24n \sqrt{\frac{36}{n^2} + \Delta}$	$144 + \Delta n^2$
1	154	149
2	180	164
3	216	189
4	258	224
5	305	269
6	353	324

Неравенство выполняется всегда. Значит и исходное неравенство верно.

Отметим теперь что сумма клумб всех пенсионеров со 2 по 6 этаж в пункте А) составляет 13, что меньше, чем необходимое для пенсионера с 1 этажа (36 клумб). Найдем оптимальное число клумб пенсионера с 1 этажа.

$12 \cdot \sqrt{Y_{-1} + y_1} + 20 - y_1$, где Y_{-1} – количество клумб пенсионеров со всех этажей кроме первого.

Обозначив $\sqrt{Y_{-1} + y_1}$ за А, получим уравнение $12 \cdot A + 20 - A^2 + Y_{-1}$.

Получим оптимум: $A = 6$, или $y_1 = 36 - Y_{-1}$. Так как мы показали, что больше чем в пункте А) финансировать не будут, а максимальная сумма равна 13, то оптимумом для первого этажа является число клумб не ниже чем 23. Но опять таки, позволить себе пенсионер может только 5 клумб, поэтому при любом равновесии он будет сажать 5 клумб. Заметим, что эти 5 клумб превышают оптимум пенсионеров 3-6 этажей, значит, они ничего выращивать не будут.

Соответственно осталось определить оптимум пенсионера второго этажа.

$6 \cdot \sqrt{Y_{-2} + y_2} + 20 - y_2$, где Y_{-2} – количество клумб пенсионеров со всех этажей кроме второго.

Обозначив $\sqrt{Y_{-2} + y_2}$ за А, получим уравнение $6 \cdot A + 20 - A^2 + Y_{-2}$.

Получим оптимум: $A = 3$, или $y_2 = 9 - Y_{-2}$. Но как мы выяснили, этаж это всегда 5 клумб, а с 3 по 6 этажи – 0 клумб. Таким образом, пенсионер со второго этажа вырастит 4 клумбы.

Ответ:

n	y
1	5
2	4
3	0
4	0
5	0
6	0

в) Решение пункта **а)** аналогично, только увеличиваются ограничения для 1 и 2 этажа:

Итоговая таблица:

n	y
1	10
2	9
3	4
4	2
5	1
6	1

Пункт **б)** также аналогичен. Рассмотрим сравнение неравенств, только размер предельной дельты положим на уровне 10 (именно столько теперь могут купить клумб пенсионеры).

n, $\Delta=10$	$24n \sqrt{\frac{36}{n^2} + \Delta}$	$144 + \Delta n^2$
1	163	154
2	209	184
3	269	234
4	336	304
5	406	394
6	478	504

Для пенсионера 6 этажа казалось бы есть противоречие, но тут дело в том, что в уравнении $\sqrt{Y_{-n}} > \sqrt{Y_{-n} + \Delta} - \Delta \cdot \frac{n}{12}$ правая часть становится отрицательной и по модулю больше левой части. Таким образом, в случае возросшей пенсии утверждение, что «ни один из пенсионеров не будет выращивать клумбу, если суммарное число клумб больше или равно, чем его оптимальное значение из пункта А)», сохраняется.

Сумма клумб всех пенсионеров со 2 по 6 этаж в пункте А) составляет 17, что меньше, чем необходимое для пенсионера с 1 этажа (36 клумб). Найдем оптимальное число клумб пенсионера с 1 этажа.

$12 \cdot \sqrt{Y_{-1} + y_1} + 25 - y_1$, где Y_{-1} – количество клумб других пенсионеров.

Обозначив $\sqrt{Y_{-1} + y_1}$ за А, получим уравнение $12 \cdot A + 25 - A^2 + Y_{-1}$.

Получим оптимум: $A = 6$, или $y_1 = 36 - Y_{-1}$. Так как мы показали, что большее число клумб, чем в пункте А) финансировать не будут, а максимальная сумма равна 17, то оптимумом для 1 этажа является число клумб не ниже чем 19. Но опять-таки, позволить себе пенсионер может только 10 клумб, поэтому при любом равновесии он будет сажать 10 клумб. Заметим, что эти 10 клумб превышают оптимум пенсионеров 2-6 этажей, значит, они ничего выращивать не будут.

Итоговая таблица:

n	y
1	10
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0

Задача 5.

Результаты выбора участников:

	Тариф	Кресло	00–06	06–12	12–18	18–24
Спрос	Базовый	Нет	7%	5%	7%	5%
	Базовый	Да	3%	5%	5%	15%
	Комфорт	Нет	4%	10%	6%	13%
	Комфорт	Да	1%	5%	2%	7%
% суточного			15%	25%	20%	40%
Предложение	Базовый	Нет	10%	4%	6%	6%
	Базовый	Да	2%	5%	6%	9%
	Комфорт	Нет	4%	12%	6%	13%
	Комфорт	Да	1%	6%	4%	5%
Предложение больше спроса	Базовый	Да	Нет	Нет	Да	Да
	Базовый	Нет	Нет	Да	Нет	Нет
	Комфорт	Нет	Да	Нет	Нет	Нет
	Комфорт	Да	Да	Да	Нет	Да
Предложение равно спросу	Базовый	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
	Базовый	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
	Комфорт	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
	Комфорт	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
Предложение меньше спроса	Базовый	Нет	Да	Да	Нет	Нет
	Базовый	Да	Да	Нет	Да	Да
	Комфорт	Да	Нет	Да	Да	Да
	Комфорт	Нет	Нет	Нет	Да	Нет

Распределение доходов участников (красная линия — среднее значение):

