

Олимпиада Вечерней школы IES. 14.03.2020
Вариант 9-10 классы.

Задача №1 (15 баллов) Гранд-кофейня

Пекарь, бариста и экономист хотят открыть что-нибудь в центре города. Они знакомы между собой и, если объединятся, могут открыть Гранд-кофейню. Однако, им нужно решить стоит ли им работать вместе. Всевозможные заработки подколлективов таковы:

- Объединившись втроём – X форинтов в месяц, открыв Гранд-кофейню,
- Бариста и пекарь – 1600 форинтов в месяц, открыв большую кофейню,
- Бариста и экономист – 1300 форинтов в месяц, открыв небольшую кофейню,
- Пекарь и экономист – 1000 форинтов в месяц, открыв небольшую булочную,
- Только бариста – 600 форинтов в месяц, открыв небольшую кофейню,
- Только пекарь – 400 форинтов в месяц, открыв небольшую булочную,
- Только экономист – 0 форинтов, потому что не умеет готовить.

а) При X равному 2000 нужно ли знакомым стоит объединяться вместе и открывать Гранд-кофейню? Как они могут поделить прибыль? Опишите всевозможные дележи. (3 балла)

б) При каких X им стоит объединяться вместе и открывать Гранд-кофейню? (2 балла)

в) Как они могут поделить прибыль? Опишите всевозможные дележи. (6 баллов)

Допустим знакомые решили открыть Гранд-кофейню. Но как поделить выручку справедливо? Логично, чтобы индивид получал столько сколько «внёс» в общую прибыль своим участием. Однако легко заметить, что предельная прибыль индивида зависит от того, в какой момент он «присоединился к делу». Так что, будем называть дележ справедливым, если доля прибыли агента равна средней предельной прибыли, добавляемая агентом к каждому подколлективу остальных агентов.

г) Найдите справедливый дележ. (2 балла)

д) При каких X знакомые согласятся на справедливый дележ? (2 балла)

Задача №2 (8 баллов) Банки

Раньше во многих странах банки разделялись на кредитно-депозитные и инвестиционные. Многие российские банки учреждались как специализированные кредитные организации для тех или иных отраслей промышленности. Таким образом создавались, например, банки поддержки мебельной промышленности, судостроения, сельхозпредприятий и т. п. Примерами таких банков в разные годы были МСП Банк (российский банк поддержки малого и среднего предпринимательства), Россельхозбанк, «ГПБ-Ипотека» и т.д. Сейчас специализированных банков почти не осталось.

Приведите по два аргумента за и против специализированных банков.

Задача №3 (7 баллов) Покатаемся?

В 5-ти этажном здании университета есть 2 лифта. Система лифтов устроена таким образом, что, если в лифте нажаты кнопки любых этажей как выше, так и ниже того, на котором лифт находится сейчас, система случайно выбирает, поехать лифту вверх или вниз. Так, если, к примеру, лифт находится на 4 этаже и нажаты кнопки 1го и 5го этажей, лифт с одинаковой вероятностью может поехать в любом направлении. 2 студента, решив расслабиться после долгого учебного дня, придумывают соревнование. Зайдя в разные лифты на 3м этаже, они одновременно нажимают все кнопки лифта и выигрывает тот, кто быстрее оказывается на первом этаже. Перегоны между этажами занимают одинаковое время, нулевого этажа не существует, и соревнование происходит достаточно поздно вечером, чтобы ни один посторонний не зашёл в лифт и не повлиял на исход игры. **Какова вероятность ничьи в этой игре?**

Задача №4 (20 баллов) Бесконечная равнина

На ровной Бесконечной равнине основан город Тюненфэлл, являющийся единственным рынком сбыта продукции в округе. Почва вокруг города одинаково плодородна, город представим в виде материальной точки.

Земля вокруг города находится в собственности лендлордов, фермеры могут арендовать её для пастбищ, или для выращивания ягод или пшеницы, чтобы потом отвозить в город и продавать их там. С одной квадратной мили можно собрать 10 тонн пшеницы или ягод, или 5 тонн шерсти с овец. Рыночные цены на тонну ягод, тонну пшеницы и тонну шерсти соответственно равны 280, 200 и 170 форинтам. Издержки на производство одной тонны ягод равны 160 форинтам, издержки производства тонны пшеницы и тонны шерсти равны 120 и 100 форинтам, при этом ягоды сложнее транспортировать до города, чем пшеницу и шерсть. Издержки на перевозку тонны ягод и тонны пшеницы – 12 форинтов за милю и 2 форинта за милю соответственно. Издержки на перевозку тонны шерсти равны 1 форинту. Лендлорды обладают большей переговорной силой, чем фермеры, и назначают ренту за пользование землёй.

а) Постройте кривую ренты (размер ренты, взимаемой лендлордами в зависимости от расстояния от города). Найдите объёмы потребления ягод, пшеницы и шерсти. (6 баллов).

б) Нарисуйте детальную схему того, как будет устроено землепользование вокруг города. (3 балла).

в) Предположим, что распределением земли между фермерами централизованно занимался бы Планировщик, руководитель города. Имея цель произвести данные (найденные ранее) объёмы товаров и минимизировать совокупные издержки на производство и транспортировку, как бы он распределил земли вокруг города? Является ли рыночное распределение земли эффективным? (3 балла)

г) Предположим, что власти города решили организовать Торговые посты вокруг города на расстоянии 20 миль от него. При пересечении границы возникшей таможенной зоны на Торговом посту перевозчик должен заплатить 10 форинтов с каждой тонны продукции, что он везет. Как изменится кривая ренты? Изменится ли землепользование вокруг города? (4 балла)

д) Представим, что через город была проложена бесконечно длинная прямая дорога, снижающая издержки перевозки товаров на 50%. Предположите, как изменится землепользование вокруг города. Изобразите и приведите аргументы (точные расчёты не требуются). (4 балла).

Задача №5 (10 баллов) Не надо паники

В министерстве Культуры работает Александр Николаевич Несмединский. Министерству Культуры выделили 200 миллионов лайков бюджета, которые Несмединский может потратить на съемку фильмов (товар x) или на поддержку начинающего талантливому режиссера Ивана «Деда» Моргенштерна. «Дед» в свою очередь тоже хочет снять фильм «Отторжение», хронометраж которого зависит от денег, выдаваемых Несмединским «Деду». Удовольствие Несмединского можно выразить как $U = 1\,000\,000\,000x + V$, где V - удовольствие, которое, как Несмединский считает, «Дед» получает. Удовольствие «Деда» в свою очередь выражается как $V = \alpha ty$, где t – хронометраж фильма в минутах, y – часть бюджета, которую «Дед» может потратить на собственное потребление вместо съемки фильма. «Дед» сообщает параметр α Несмединскому, после чего тот выделяет бюджет. Цена съемки минуты хронометра – 1 000 лайков, цена потребления – 1 лайк, цена одного фильма – 1 000 000.

- а) При каких значениях параметра «Деду» невыгодно его честно сообщать? (7 баллов)
- б) Как от него зависит количество снимаемых фильмов Несмединским? (2 балла)
- в) Какой будет хронометраж фильма «Деда»? (1 балл)

Задача №6 (15 баллов) Сомали

Рассмотрим государство Сомали. В ней есть огромное количество «микросоударств», обладающих возможностью управлять какой-то территорией. Давайте рассмотрим модель их взаимодействия.

Пусть плотность населения в стране составляет 100 человек на каждый квадратный километр. Пусть удовольствие каждого правителя выражается в виде $U = Y + D - G$, где Y - ВВП собственной страны, D – политический урон, причиненный хотя бы одному другому государству, а G - суммарный полученный. Производительность L человек в каждой стране выражается функцией $Y = 100\sqrt{L}$. Чтобы удержать любые 100 км² свободной территории нужно две роты солдат (где-то 1000 человек) из уже контролируемых земель. Чтобы завоевать территорию, которой уже владеет противник, нужно отправить хотя бы 5000 солдат (разведка и командование) с имеемых свободных земель, и если плотность будет выше плотности солдат противника на данной территории, то тогда она будет захвачена. Чтобы снарядить l человеко-часов солдат, нужно потратить $0.01l^2$ единиц труда (но снаряжение не войдет в ВВП). Территория Сомали составляет 4500 км². Территория Сомали составляет, на данный момент есть 100 лидеров, которые хотят построить свое «микросоударство».

а) Чтобы причинить политический урон другому государству нужно потратить 500 человек (на обучение спецназа), но нанесенный урон принесет лидеру 500 единиц удовольствия. Найдите равновесное количество наносимого урона. (8 баллов)

б) Пусть каждая страна обзавелась крылатыми ракетами, и теперь вместо 500 человек для нанесения политического урона можно потратить всего 425 солдат. Найдите равновесное суммарное нанесенное количество урона (предположите, что в случае безразличия лидеры все же предпочитают нанести политический урон противнику). (7 баллов)

Задача №7 (10 баллов) Эконист

В лесу живет 3 пупсеня и 4 вупсеня. Однажды они встали в ряд - сперва наглые пупсени, а потом вежливые вупсени.

Каждую минуту каждый пупсень отдает одну монетку существу из ряда (исключая себя) с наибольшим количеством денег, а если их несколько - то первому в ряду среди таких.

Каждую минуту каждый вупсень отдает одну монетку существу из ряда (исключая себя) с наименьшим количеством денег, а если их несколько - то первому в ряду среди таких.

У каждого пупсеня изначально по 8 монеток, а у вупсеня - по 10 монеток. В лес проник хитрый Эконист и встал в ряд последним с одной монеткой.

Каждую минуту Эконист распределяет свои монетки среди всех существ в ряду как ему вздумается.

Какое максимальное количество монеток может получить Эконист, чтобы сбежать с ними? Как ему это сделать? Все передачи монеток происходят одновременно, мгновенно и без передвижения

Задача №8 (15 баллов) Капучино

Студенты любят капучино. Функция полезности каждого агента:

$$U = \frac{m k}{m + k}$$

где k и m – потребление кофе и молока в литрах соответственно. Предположим, что всего N студентов, доход каждого студента равен w .

а) Найдите эластичность доли молока в капучино по цене кофе (как изменится доля молока, если цена кофе вырастет на 1%). (3 балла)

б) Являются ли кофе и молоко для студента комплементами или субститутами? (1 балл)

Предположим, что на рынке единственный производитель молока и единственный производитель кофе. Издержки производства для обеих фирм равны 0.

в) Если компании соревнуются по выпуску, выбирая объёмы производства, какая ситуация сложится на рынке? Что если компании соревнуются по цене, назначая цену на свой продукт? (5 баллов)

г) Какова полезность студента, если компании соревнуются по выпуску? (1 балл)

Государство заботится о студентах и решила субсидировать производителей кофе и молока, выплачивая им s_k и s_m . Но при этом облагает студентов кофейным налогом, при этом в начале месяца каждый студент должен заплатить налог в размере T .

д) Может ли стать студентам лучше? Найдите равновесие на рынке, если компании соревнуются по выпуску. Нарисуйте кривые реакции для фирм. Пусть $s_k = 1$ и $s_m = 2$, $w = 10$ и $N = 1000$. Найдите полезность студента, если собираемые кофейные налоги совпали с расходами на субсидирование производителей. (5 баллов)