
Выбор в условиях неопределенности

Аббасов Тимур
tabbyasov@nes.ru

23 августа 2012 г.

Игра 1: Предположим, вам предлагается сыграть в игру: ведущий подбрасывает монетку, если выпадает «орел», то вы получаете 100 рублей, в противном случае — отдаете X рублей. Подумайте, согласитесь ли вы на такую игру при $X = 10$? При $X = 50$? При каком X вы откажетесь играть?

Игра 2: Пусть теперь условия игры изменились: ведущий трижды подбрасывает монетку, если все три раза выпадает «орел», то вы получаете 100 рублей, в противном случае — отдаете X рублей. Подумайте, согласитесь ли вы на такую игру при $X = 10$? При $X = 50$? При каком X вы откажетесь играть? Правда ли что при фиксированном значении X вы всегда предпочтете вторую игру первой?

Игра 3: Теперь ведущий дважды подбрасывает монетку. В случае («орел», «орел») вы получаете 110 рублей, в случае («решка», «решка») вы получаете 90 рублей, в случае («решка», «орел») вы отдаете 60 рублей, и в случае («орел», «решка») вы отдаете 40 рублей. Согласитесь ли вы на такую игру? Участие в какой из двух игр для вас более желательно, в Игре 1 при условии $X = 50$ или в Игре 3? Чем эти игры схожи?

Игра 4: Предположим, у вас есть имущество, стоимость которого 1000 рублей. Бешеный философ трижды подбрасывает монетку, если все три раза выпадает «орел», то все ваше имущество сжигается на костре, в противном случае ничего не происходит. Подумайте, согласитесь ли вы за 100 рублей купить страховку, по которой в случае пожара вам выплатят компенсацию в размере 700 рублей? Как вы будете рассуждать?

Игра 5 (St. Petersburg paradox): Предположим, вам предлагается сыграть в игру: ведущий подбрасывает монетку, если выпадает «орел», то вы получаете 2^0 рублей и игра заканчивается, если выпадает «решка», то монетка подбрасывается еще раз. На этот раз, если выпадает «орел», то вы получаете 2^1 рублей и игра заканчивается, если выпадает «решка», то монетка подбрасывается снова, и на этот раз в случае выпадения «орла» вы получите 2^2 рублей и так далее. Подумайте, сколько вы были бы готовы отдать за участие в такой игре? Правда ли что математическое ожидание выигрыша равно бесконечности?

Упражнение 1: Рассмотрим потребителя с функцией полезности от денег вида $u(w) = \log w$. Составьте уравнение, из которого можно найти при какой цене страховки, играя в Игру 4, потребитель согласится застраховаться?

Упражнение 2*: Функция полезности потребителя от денег строго вогнута (и дифференцируема в каждой точке). Потребителя подстерегает неопределенность: с вероятностью p произойдет событие, снижающее его изначальный уровень благосостояния w на величину L . Страховая компания предлагает застраховать потери на любую сумму S , в обмен на премию q , пропорциональную сумме покрытия: $q = \pi S$. Страховая компания, из-за сильной конкуренции, вынуждена довольствоваться нулевой ожидаемой прибылью. Верно ли, что потребитель выберет полное покрытие, т.е., $S = L$?

Упражнение 3*: Вычислите премию за риск, которую потребует потребитель, характеризующейся полезностью от денег $u(w) = \ln w$, за участие в лотерее в которой с равной вероятностью можно выиграть и проиграть \$1. Рассмотрите для начала случай, когда $w = 10$. Как премия за риск зависит от благосостояния w ?