

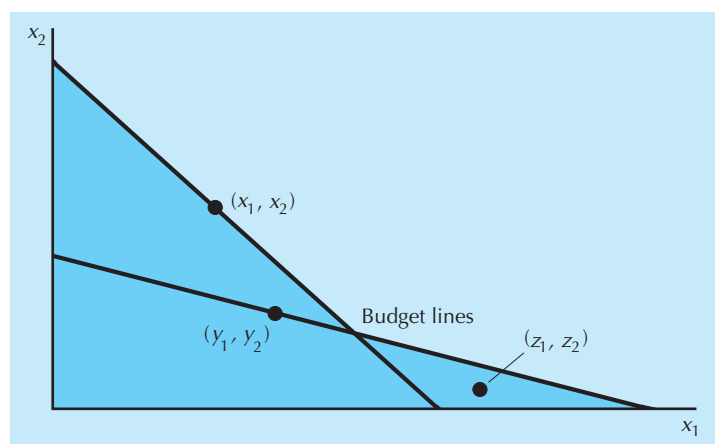
Индивидуальный выбор. Эффективность.

Аббасов Тимур
tabbyasov@nes.ru

Григорий Хацевич
g.hatsevich@nes.ru

19 августа 2012 г.

Упражнение 1: Рассмотрим следующую ситуацию:



Известно, что наборы (x_1, x_2) и (y_1, y_2) являются оптимальными при наличии соответствующих бюджетных ограничений. На основе этой информации сравните между собой наборы (x_1, x_2) и (z_1, z_2) .

Упражнение 2: Функция полезности Элсворта описывается уравнением $U(x, y) = \min\{x, y\}$, а его доход составляет 150\$. Известно, что цены обоих благ равны 1\$. Начальник Элсворта думает отправить его работать в другой город, где цена блага y на доллар выше. Какую сумму денег нужно ему дать, чтобы он согласился переехать? Какую сумму нужно потребовать с Элсворта за то, чтобы остаться, чтобы он согласился переехать?

Упражнение 3: Летние школьники Саша и Маша пекут пирог. Размер получившегося пирога зависит от их усилий, а именно, размер пирога равен $s + m$, где s — величина усилий Саши, m — величина усилий Маши. Готовый пирог затем разрезается на две части. Обозначим за $\alpha \in [0, 1]$ долю пирога, достаемую Саше. Итоговое удовольствие каждого школьника зависит как от количества съеденного им пирога, так и от затраченных им усилий:

$$U_s = \alpha(s + m) - \frac{s^2}{4}, \quad U_m = (1 - \alpha)(s + m) - \frac{m^2}{8}$$

- а) Допустим, мама установила такие правила: каждый из ребят независимо друг от друга выбирает уровень усилий, а затем получившийся пирог делится между ними ровно пополам. Какие уровни усилий они выберут, максимизируя каждый свое удовольствие? Каков будет общий размер пирога?

-
- б) Может ли мама увеличить удовольствие каждого из ребят по сравнению с первоначальной ситуацией, принудительно устанавливая уровни усилий и затем собственноручно деля пирог в некоторой пропорции?
- *) Известно, что удовольствие мамы растёт, если увеличивается удовольствие одного из детей, и при этом не уменьшается удовольствие другого. Достаточно ли этой информации, чтобы определить, какие уровни усилий установит мама, максимизируя собственное удовольствие?

Упражнение 4: Владельцы двух соседних дачных участков владеют аппаратами по выдуванию листьев. Листья можно выдувать только на соседний участок.

- а) Составьте таблицу игры двух дачников, где каждый выбирает из двух действий — выдувать или не выдувать, задав подходящим образом полезности дачников в каждом из четырёх исходов. Найдите равновесный исход. Является ли он эффективным? (Доказать неэффективность можно, построив Парето-улучшение.)
- б) Придумайте другой пример из жизни, который бы описывался такой же игрой (с другими названиями стратегий).

Упражнение 5: В общежитии живёт n студентов. Обсуждается возможность повесить в холле первого этажа стенд с надписью «MR=MC». Чтобы повесить стенд площадью X квадратных метров, нужно собрать X рублей. Студент с номером i опускает в шляпу x_i рублей (он сам выбирает, чему равно его x_i). Затем из шляпы достаются деньги и на все эти деньги покупается плакат соответствующей площади. Полезность i -го студента задаётся формулой $u_i = X - x_i^2$ (т.е. каждый следующий рубль, затраченный им, приносит ему более ощутимые издержки, чем предыдущий).

- а) Найдите для каждого студента, сколько рублей он положит в шляпу, если каждый студент принимает решение самостоятельно и максимизирует свою полезность.
- б) Является ли получившийся исход эффективным? (Чтобы доказать неэффективность, можно построить Парето-улучшение)
- в) Если нет, попробуйте найти хотя бы один эффективный исход.

Упражнение 6: Продемонстрируйте неэффективность в каждой из следующих ситуаций, при необходимости построив математическую модель этой ситуации:

- а) Две фирмы максимизируют прибыль, принимая решения независимо; первая фирма сливает отходы своего производства в реку (чем больше у неё выпуск, тем больше отходов), а вторая ловит из этой реки рыбу.
- б) Монополия устанавливает единую цену на свой товар, максимизируя прибыль.
- в) Чиновник не прочь брать взятки.