

Задача “Кривая Лаффера”

Эффективной ставкой налогообложения называется доля налоговых сборов Tx от ВВП Y . Предположим, что ВВП $Y(\tau)$ Свободной, Но Пока Небогатой Республики *линейно* зависит от эффективной ставки налогообложения τ ($0 \leq \tau \leq 1$). При $\tau = 0$ и $\tau = 1$ ВВП равен соответственно Y_{max} и 0.

Предыдущий кабинет министров Республики установил такое значение эффективной ставки налогообложения, чтобы максимизировать величину налоговых сборов, за что и был распущен. В обновлённый кабинет вошли лишь такие министры, которые в равной степени заботятся о величине налоговых сборов Правительства и величине совокупного *располагаемого* дохода населения (то есть ВВП Свободной, Но Пока Небогатой Республики за вычетом налогов, $Y - Tx$). Соответственно, выбирая значение ставки, новые министры руководствуются предпочтениями, которые можно описать функцией полезности $u(Tx, Y - Tx) = \ln(Tx) + \ln(Y - Tx)$, где $\ln$ – натуральный логарифм.

- (a) Какое значение ставки τ_1^* было выбрано предыдущим кабинетом министров?
- (b) Какую ставку τ_2^* выберут новые министры?
- (c) Как и на сколько процентов изменятся налоговые сборы Правительства и совокупный *располагаемый* доход населения вследствие обновления кабинета?

Решение.

(a)

Известно, что функция $Y(\tau)$ линейная, $Y(0) = Y_{max}$ и $Y(1) = 0$, следовательно функция ВВП имеет вид $Y(\tau) = Y_{max}(1 - \tau)$.

Y – это и ВВП экономики, и совокупный доход населения Республики. Поэтому, исходя из данного определения эффективной ставки налогообложения, выводим функцию налоговых сборов $Tx(\tau)$:

$$\tau \equiv \frac{Tx}{Y} \Rightarrow Tx(\tau) = \tau \cdot Y(\tau) \Rightarrow Tx(\tau) = \tau \cdot Y_{max}(1 - \tau) \Rightarrow Tx(\tau) = Y_{max}(\tau - \tau^2)$$

Максимизируем налоговые сборы по эффективной ставке налогообложения:

$$Tx(\tau) \rightarrow \max_{0 \leq \tau \leq 1}$$

$$Tx'(\tau) = Y_{max}(1 - 2\tau) \Rightarrow Y_{max}(1 - 2\tau_1^*) = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_1^* = 1/2}$$

Ответ. Предыдущий кабинет установил ставку на уровне 50%.

(b)

Подставляем полученную функцию налоговых сборов $Tx(\tau) = Y_{max}(\tau - \tau^2)$ и функцию ВВП $Y(\tau) = Y_{max}(1 - \tau)$ в функцию полезности $u(Tx, Y - Tx) = \ln(Tx) + \ln(Y - Tx)$ и получаем:

$$u(\tau) = \ln[Y_{max}(\tau - \tau^2)] + \ln[Y_{max}(1 - \tau) - Y_{max}(\tau - \tau^2)]$$

Преобразуем:

$$u(\tau) = \ln[Y_{max}(\tau - \tau^2)] + \ln[Y_{max}(1 - 2\tau + \tau^2)]$$

$$u(\tau) = \ln[Y_{max}(\tau - \tau^2)] + \ln[Y_{max}(1 - \tau)^2]$$

$$u(\tau) = 2 \ln[Y_{max}] + \ln[\tau - \tau^2] + 2 \ln[1 - \tau]$$

Максимизируем функцию полезности по эффективной ставке налогообложения:

$$u(\tau) \rightarrow \max_{0 \leq \tau \leq 1}$$

$$u'(\tau) = 0 + \frac{1 - 2\tau}{\tau - \tau^2} + \frac{-2}{1 - \tau} \Rightarrow \frac{1 - 2\tau_2^*}{\tau_2^* - (\tau_2^*)^2} + \frac{-2}{1 - \tau_2^*} = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_2^* = 1/4}$$

Ответ. Новые министры выберут эффективную ставку налогообложения 25%.

(c)

При предыдущем кабинете было:

$$Tx(\tau_1^*) = Tx\left(\frac{1}{2}\right) = Y_{max}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}Y_{max}$$

$$Y(\tau_1^*) - Tx(\tau_1^*) = Y\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}Y_{max} = Y_{max}\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}Y_{max} = \frac{1}{4}Y_{max}$$

При новым кабинете стало:

$$Tx(\tau_2^*) = Tx\left(\frac{1}{4}\right) = Y_{max}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) = \frac{3}{16}Y_{max}$$

$$Y(\tau_2^*) - Tx(\tau_2^*) = Y\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{16}Y_{max} = Y_{max}\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{16}Y_{max} = \frac{9}{16}Y_{max}$$

Следовательно,

$$\frac{Tx(\tau_2^*)}{Tx(\tau_1^*)} = \left(\frac{3}{16}Y_{max}\right) : \left(\frac{1}{4}Y_{max}\right) = \frac{3}{4} = 75\% = 100\% + \boxed{(-25\%)}$$

и

$$\frac{Y(\tau_2^*) - Tx(\tau_2^*)}{Y(\tau_1^*) - Tx(\tau_1^*)} = \left(\frac{9}{16}Y_{max}\right) : \left(\frac{1}{4}Y_{max}\right) = \frac{9}{4} = 225\% = 100\% + \boxed{125\%}$$

Ответы. В результате обновления кабинета министров налоговые сборы *сократятся на 25%*, а располагаемый доход населения *вырастет на 125%*.