

### Задача “Будапешт на карантине”

В состав Будапешта входят города Буда и Пешт, расположенные соответственно на правом и левом берегах Дуная. Местные власти каждого города регулируют жёсткость карантина таким образом, чтобы число больных коронавирусом в их городе держалось на одном уровне (он рассчитывается, исходя из количества имеющихся больничных коек). Население Будапешта равно 1 млн 500 тыс. человек. До эпидемии две трети из них проживали в городе Буда и одна треть – в городе Пешт, но из-за кризиса жители стали мигрировать между городами вслед за бóльшим среднедушевым доходом. Есть основания считать, что ВВП города ( $Y$ ) и суточные темпы роста числа больных в этом городе ( $\omega$ ) определяются соотношениями

$$Y = aNd \quad \text{и} \quad \omega = bNd^2 - c,$$

где  $N$  – численность населения города,  $d$  – среднесуточная частота выходов репрезентативного жителя из дома,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые положительные константы. Известно, что в Буде значение константы  $a$  на треть больше, чем в Пеште; константы  $b$  и  $c$  в обоих городах одинаковые.

**(a)** В чём состоит экономический смысл константы  $a$ ? Объясните в 2-3 предложениях.

**(b)** Определите величину и направление миграции.

**Решение.**

**(a)**

В формуле  $Y = aNd$  произведение  $Nd$  есть суммарное число выходов из дома всех жителей города.

Поскольку  $Y / Nd = a$ , то  $a$  – это вклад в ВВП города одного такого выхода. Альтернативно,  $a$  – это средний продукт или выпуск, производимый одним жителем за один выход из дома, либо средний доход, зарабатываемый одним жителем за один выход из дома, либо средние расходы, совершаемые одним жителем за один выход из дома.

**(b)**

Количество больных коронавирусом держится на одном уровне, значит темпы роста числа больных в городе равны нулю:

$$\omega = bNd^2 - c = 0$$

Темпы роста равны нулю, поскольку власть ограничивает число передвижений граждан по городу  $d$  на некотором уровне  $d^*$ . Этот уровень определяется следующим образом:

$$\omega = bNd^2 - c = 0 \quad \Rightarrow \quad bNd^2 = c \quad \Rightarrow \quad d^* = \sqrt{\frac{c}{bN}}$$

Среднедушевой доход есть ВВП, делённый на численность населения города:

$$y = \frac{Y}{N} = \frac{aNd}{N} = ad$$

При  $d = d^*$  среднедушевой доход равен

$$y^* = \frac{Y^*}{N} = ad^* = a\sqrt{\frac{c}{bN}}$$

Вследствие миграции среднедушевые доходы в городах выравниваются. Поэтому имеем:

$$y_{\text{Буда}}^* = y_{\text{Пешт}}^* \Leftrightarrow a_{\text{Буда}}\sqrt{\frac{c}{bN_{\text{Буда}}}} = a_{\text{Пешт}}\sqrt{\frac{c}{bN_{\text{Пешт}}}} \Rightarrow \frac{a_{\text{Буда}}}{a_{\text{Пешт}}} = \sqrt{\frac{N_{\text{Буда}}}{N_{\text{Пешт}}}} \Rightarrow \frac{N_{\text{Буда}}}{N_{\text{Пешт}}} = \left(\frac{a_{\text{Буда}}}{a_{\text{Пешт}}}\right)^2$$

Поскольку  $a_{\text{Буда}} = \left(1 + \frac{1}{3}\right)a_{\text{Пешт}}$ , то

$$\frac{a_{\text{Буда}}}{a_{\text{Пешт}}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{N_{\text{Буда}}}{N_{\text{Пешт}}} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow N_{\text{Буда}} = \frac{16}{9}N_{\text{Пешт}}$$

Значит, после начала кризиса в Буда будет проживать такая доля населения Будапешта:

$$\frac{N_{\text{Буда}}}{N_{\text{Буда}} + N_{\text{Пешт}}} = \frac{\frac{16}{9}N_{\text{Пешт}}}{\frac{16}{9}N_{\text{Пешт}} + \frac{9}{9}N_{\text{Пешт}}} = \frac{16}{25}$$

Заметим, что  $\frac{16}{25} = \frac{64}{100} < \frac{66,6}{100} = \frac{2}{3}$ . Это означает, что будет происходить миграция из Буда в Пешт.

Величина этой миграции составит

$$\frac{2}{3} \cdot 1,5M - \frac{16}{25} \cdot 1,5M = 1M - 960K = \boxed{40K}$$

Ответ. 40 тыс. человек мигрирует из Буда в Пешт.