

**Теория игр-γ****Листок 1.** Одновременные взаимодействия**Преподаватели:** Рэм Бахарев**Составитель:** Дмитрий Монахов**Дедлайн:** 8 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.****Задача 1**

В каждом из следующих пунктов найдите равновесие на рынке, если функция обратного спроса задана как $P(Q) = 120 - Q$, где $Q = Q_1 + Q_2$, а фирмы выбирают количество одновременно и независимо.

- а) $TC_1 = TC_2 = 0$;
- б) $TC_1(Q_1) = 40Q_1$ $TC_2(Q_2) = 20Q_2$;
- в) $TC_1(Q_2) = Q_1^2$ $TC_2(Q_2) = Q_2^2$;
- г) $TC_1(Q_2) = 0,5Q_1^2$ $TC_2(Q_2) = 2Q_2^2$.

Задача 2

На олигополистическом рынке существуют три фирмы, которые одновременно и независимо выбирают количество. Издержки i -ой фирмы задаются функцией $TC_i(Q_i) = Q_i^2$, а спрос на их продукцию — $Q_d(P) = 240 - P$.

- а) Найдите равновесие на рынке.
- б) Первая фирма предлагает второй объединиться в картель (при этом третья фирма действует независимо) и делить полученную прибыль поровну. Найдите равновесие и суммарную прибыль картеля. Согласится ли вторая фирма на это предложение?
- в) Независимо от ответа на предыдущий пункт, первая и вторая фирма объединились, и теперь хотят купить третью фирму. Сколько максимум они будут готовы заплатить за объединение в монопольную фирму? За сколько минимум готова будет продать бизнес третья фирма?

Задача 3

На рынке масок существует много фирм — совершенных конкурентов, которые производят маски с постоянными средними издержками $AC = 40$. Спрос на их продукцию изначально задается функцией $Q_d = 140 - P$. Внезапно на рынок зашла еще одна крупная фирма Бордюор с такими же постоянными средними издержками $AC = 40$.

- а) Найдите, какое равновесие установится, если рынок все ещё остается совершенно конкурентным.
- б) Из-за эпидемии коронавируса спрос на маски вырос до $Q_d = 160 - P$, при этом у всех фирм, кроме Бордюора, средние издержки выросли до $AC = 110$. Изменилась и форма взаимодействия: теперь фирмы одновременно и независимо выбирают цены, а потребители идут к той, у которой цена ниже. Какая цена установится в равновесии?
- в) Фирме Бордюор предложили объединиться с остальными фирмами, образовав монополию на рынке. На какую долю в суммарной прибыли будет рассчитывать Бордюор, чтобы ей было выгодно согласиться на такую сделку?

Задача 4

На олигополистическом рынке курсов по экономике действуют две фирмы. Издержки первой фирмы задаются функцией $TC_1(Q_1) = 16Q_1 - Q_1^2$, где $Q_1 \leq 8$, а второй — $TC_2(Q_2) = 12Q_2 - Q_2^2$, где $Q_2 \leq 6$. Спрос на курсы по экономике $Q_d(P) = a - P$, где a — некоторый положительный параметр. Фирмы одновременно и независимо выбирают количество.

- а) Найдите кривые реакции двух фирм. Изобразите графически.
- б) Найдите равновесие на рынке. Ответ может зависеть от значения параметра a .
- в) Фирмы решают объединиться в картель, и теперь могут договариваться о количестве. Найдите монопольное равновесие в зависимости от параметра a .

Задача 5

На необитаемом острове живут Робинзон и Пятница. Всё, что есть в их распоряжении — это кокосы, которые каждый из них собрал на соседней пальме. У каждого есть в запасе по 4 кокоса. Эти кокосы можно съесть, а можно сложить возле дома в виде снеговика (напоминание Робинзона о холодной Англии, а Пятнице — о холодных сердцах его бывших соплеменников). Пусть x_i — количество потребленных кокосов, а $g = g_1 + g_2$ — количество сложенных в снеговика кокосов. Тогда полезность i -ого агента равна

$$U_i = x_i^2 + g^2$$

- а) Найдите кривые реакции выбора g_i одного туземца на выбор другого.
- б) Найдите равновесие Нэша, если туземцы выбирают свои g_i одновременно и независимо
- в) Является ли равновесие оптимальным по Парето: то есть нельзя выбрать другие количества g_i и x_i , при которых полезность хотя бы одного из агентов увеличится, а полезность другого агента не уменьшится?