



Микроэкономика—γ

Листок 9. Геометрия в задачах по экономике

Преподаватели: Вика Шумилова

Составитель: Вика Шумилова

Дедлайн: 17 августа 2023 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке**.

Задача 1

В квадратном городе N со сторонами по 4 км (4×4) живут роботы, которые равномерно распределены по всей площади города. Роботам жизненно необходимо покупать масло, поэтому каждый из роботов обязательно покупает ровно 1 единицу масла у одного из двух продавцов — Альфа и Бета. Обе фирмы имеют нулевые издержки производства масла. Альфа и Бета находятся на расстоянии 2 км друг от друга, при этом каждая из них находится на расстоянии 1 км от ближайшей к нему границы (стороне квадрата) города и минимум в 2 км от всех других границ. Альфа и Бета одновременно назначают цены, после чего роботы идут покупать масло в выбранный каждым из них магазин. Известно, что роботы минимизируют функцию вида $C = P + d^2$, где P — цена масла, а d — длина пути до магазина в км (только в одну сторону! обратно им помогает дойти робоБог).

- Найдите равновесные цены, которые установят Альфа и Бета.
- И всё бы было хорошо, но Альфа захотел воспользоваться тем, что лично знаком с робоБогом. Он решил дать взятку, чтобы тот своим постановлением приказал Бете сдвинуть свой магазин на некоторое значение (которое выбирает Альфа) так, чтобы приблизиться к той границе, до которой раньше был 1 км. В силу технических ограничений Бета может сдвигаться только в направлениях, параллельных сторонам. Известно, что после таких коррупционных схем, цена Альфы в новом равновесии возросла бы на 5. Найдите, максимальный размер взятки, которую готов дать Альфа.

Задача 2

N слепых старушек живут в двухэтажном доме с тремя коридорами на первом этаже и с тремя сходящимися наверху лестницами. Длины каждой лестницы и каждого коридора равны. То есть дом — единичный тетраэдр, где рёбра — это лестницы и коридоры.

Старушки потеряли кошку, которая находится где-то на ребрах тетраэдра. Перемещаются кошка и старушки только по ребрам, старушки бегают чуть быстрее кошки. Старушки придумывают стратегию поимки кошки — в каком порядке надо оббегать тетраэдр, чтобы наверняка ее поймать. Кошка видит старушек, слышит их переговоры и может оптимально ответить на их стратегию.

- При $N = 4$ найдите чистую стратегию старушек, гарантирующую поимку кошки.
- (дополнительный пункт — вне зачета) Та же задача при $N = 3$.

Задача 3

У монополиста Бублика функция предельного дохода от продажи пряников имеет вид

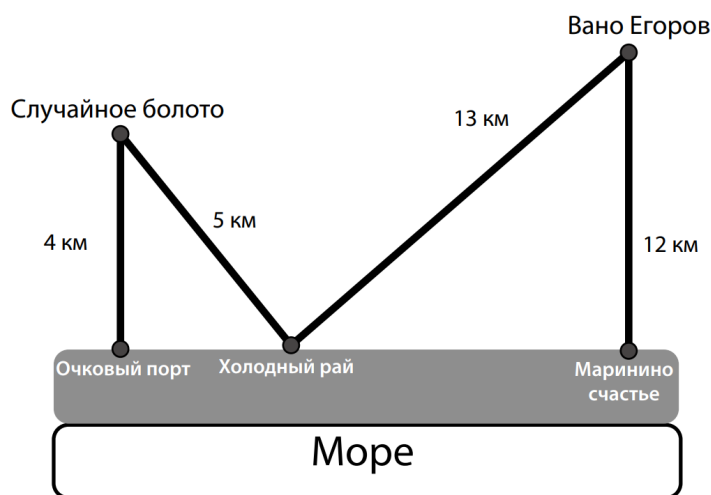
$$MR(Q) = \sqrt{36 - Q^2}$$

Также известно, что величина спроса на пряники не превышает 6 единиц ни при какой цене.

- Какую цену назначит Бублик, если его цель — максимизация выручки?
- Каков коэффициент эластичности спроса по цене при $P = 3$?

Задача 4

Славный Конкистадор, устав от пыльных сражений и захватов новых стран, обосновался в маленькой деревеньке на берегу моря. Там он возвел два рудника по добыче золота. Один находился в местечке под названием Вано Егоров, а второй — рядом со Случайным болотом. На обоих рудниках днями и ночами в рабских условиях пашут его рабы, добывая золото. Функции издержек обоих рудников одинаковы и равны $TC = Q^2$, где Q — количество килограмм золота. Конкистадор продает честным путем добытое золото за границу. Для этого ему нужно сначала довести его до берега, где расположены порты, откуда отправляются пароходы. От каждого из двух рудников к портам ведут протоптанные дорожки, как показано на рисунке. Всего на берегу есть три порта — Холодный рай, Маринино счастье и Очковый Порт — только оттуда отходят корабли. Золото таскается на тачках и только по проложенным дорогам. Издержки на транспортировку одного килограмма золота на один километр составляют одну монету. Пароход заказывать очень дорого, соответственно, Конкистадор **не использует более одного порта** одновременно. По **пляжу передвигать золото нельзя**.



а) Предположим, рабы Конкистадора не могут работать по отдельности, а только в команде и только на одном руднике. Таким образом, Конкистадор не может использовать два рудника. Выведите функцию издержек Конкистадора.

б) Пусть рабы Конкистадора разбились на две группы и теперь он может использовать два завода одновременно. Выведите новую функцию издержек Конкистадора.

(ПОШ Осень 2019)

Задача 5. Опп, СК

Предположим, что $A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $C(1; 1)$, $D(0; 1)$, $M(0,5; 0,5)$ являются точками на плоскости. Производители и потребители блага X живут по сторонам прямоугольника $ABCD$. Потребители равномерно распределены по стороне AB , производители — по стороне CD . Здесь равномерно распределенный означает, что на любом отрезке прямой длины y есть y потребителей (если сегмент лежит на AB) или y производителей (если сегмент лежит на CD). Производители и потребители встречаются на рынке (точка M).

Каждый потребитель имеет располагаемый доход в размере 1,25. Свой доход он может потратить на покупку товара по цене p и на оплату транспортировки, которая равна 1 за единицу расстояния до рынка. Например, потребитель, который живет в точке $(0,5; 0)$, заплатит 0,5 за транспортировку, поэтому он сможет заплатить максимальную цену 0,75 за товар X .

Производители наделены товаром, который они продают. Следовательно, у них нет производственных затрат. Единственная стоимость, которую они несут, — это стоимость доставки, которая также равна 1 за единицу расстояния до рынка.

Найдите функции спроса, предложения и равновесие, если рынок является совершенно конкурентным.