



Микроэкономика—γ

Листок 1. Неравенство

Преподаватели: Рэм Бахарев

Составитель: Иван Ступак

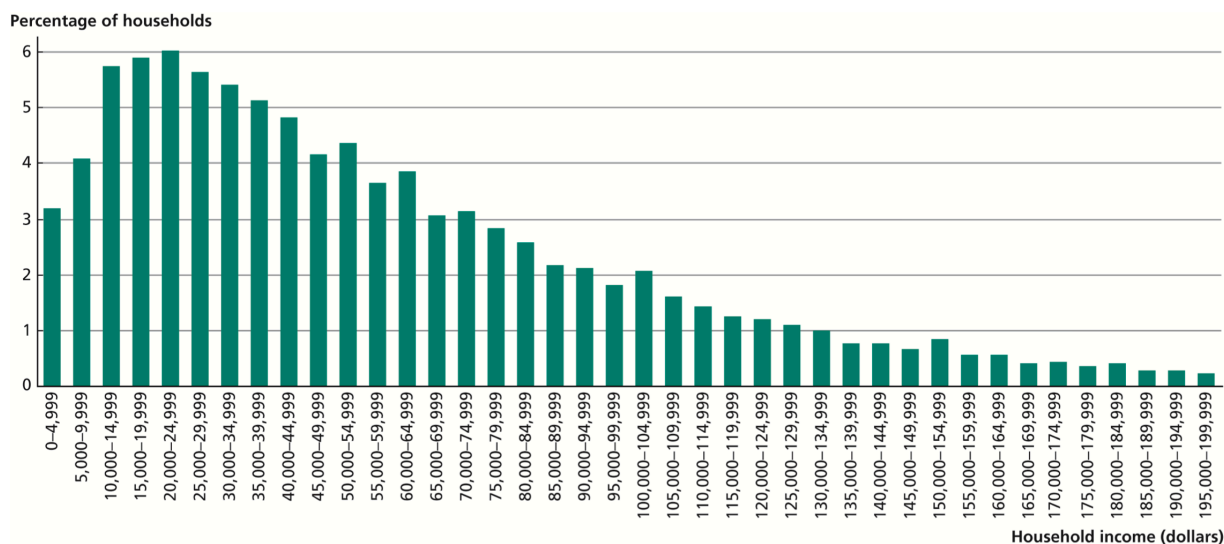
Дедлайн: 7 августа 2023 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать в любом порядке.

## Задача 1

На графике представлено распределение доходов США в 2009 году. По горизонтали отображаются доходы домохозяйств, разбитые на промежутки. По вертикали — процент домохозяйств, получающих эти доходы.

### Example: Income distribution in the United States, 2009



Source: Weil (2013)

а) Какой вывод можно сделать об уровне неравенства в стране? Как расположены среднее и медианное значение дохода относительно друг друга?

б) Как бы выглядела гистограмма для общества с коэффициентом Джини, равным 0?

в) При подсчете различных коэффициентов неравенства обычно используются данные по домохозяйствам. Объясните, в чем может состоять сложность сбора подобных данных на индивидуальном уровне. Как изменится коэффициент Джини для страны, если вместо данных по домохозяйствам будут использованы индивидуальные данные (отдельно по всем членам семьи) и почему?

## Задача 2. Разминка

Найдите суммарную кривую Лоренца и индекс Робина Гуда для двух стран

а) В первом регионе население равняется 1 (млрд человек), а общий доход равняется 1 (млрд руб.). Во втором регионе население также равняется 1 (млрд человек), а вот доход равняется  $a$  (млрд руб.). Кривая Лоренца во втором регионе совпадает с кривой абсолютного равенства, а в первом описывается уравнением  $y = x^2$ .

б) В первом регионе население равняется 1 (млрд человек), а общий доход равняется 1 (млрд руб.). Во втором регионе население также равняется 1 (млрд человек), а вот доход равняется  $a$  (млрд руб.). Кривая Лоренца в каждой стране описывается уравнением  $y = x^2$ .

**Задача 3**

В стране со спросом  $Q_d = 256 - P$ , сложилось очень странная ситуация. В понедельник приходит фирма Мандей и продает свой товар как совершенно-конкурентная фирма. Во вторник фирма Тьюздей снова продает на остаточном спросе как совершенно-конкурентная фирма. В среду приходит Уэднсей - и все по-новой. Так продолжается  $n$  дней недели ( $n$  может быть больше 7). Пускай издержки каждой из фирм задаются как:

$$TC_i = \frac{q_i^2}{2}$$

- а) Найдите коэффициент Джини для 5 первых фирм (их доход - это прибыль)  
 б) Какую долю составляет прибыль первой фирмы в сумме всех прибылей, если  $n$  стремится к бесконечности?  
 в) Какую долю составляют прибыли  $n$  первых фирм в суммарном доходе всех фирм, если  $n$  стремится к бесконечности?

(Савин Роман)

**Задача 4. Повычитаем?**

В первом регионе, который называется ШтирлицЛенд и находится в стране АнекдотуРу, проживает 100 человек, суммарный доход населения равняется 1000 рублей. Во втором же регионе под названием МюллерЛенд проживает на 300 человек больше, однако суммарный заработок у них такой же. Найдите кривую Лоренца ШтирлицЛенда, если

- а) Кривая Лоренца во втором регионе совпадает с кривой абсолютного равенства, а суммарная кривая Лоренца для двух регионов описывается уравнением:

$$y = \begin{cases} \frac{2}{3}x & x \in [0; \frac{3}{4}] \\ 2x - 1 & x \in [\frac{3}{4}; 1] \end{cases}$$

- б) (дополнительный пункт - вне зачета) Во втором есть всего две группы, доходы в которых распределены равномерно, одна из этих групп числится 200 человек и каждый зарабатывает по 2 рубля, а суммарная кривая Лоренца описывается уравнением:

$$y = \begin{cases} \frac{2}{5}x & x \in [0; 0,5] \\ x - 0,3 & x \in [0,5; 0,625] \\ \frac{6}{5}x - \frac{17}{40} & x \in [0,625; 0,875] \\ 3x - 2 & x \in [0,875; 1] \end{cases}$$

- в) (дополнительный пункт - вне зачета) После ужаснейшего коронавируса, население первого и второго регионов снизилось до 7 и 10 человек соответственно, а совокупных доход равняется 210 и 100 рублям соответственно. Во втором регионе кривая Лоренца описывается уравнением:  $y = x^2$ , а совокупная кривая Лоренца:

$$y = \begin{cases} \frac{289}{310}x^2 & x \in [0; \frac{9}{34}] \\ \frac{-81+612x}{1240} & x \in [\frac{9}{34}; \frac{8}{17}] \\ \frac{115600x^2-4760x+36463}{358360} & x \in [\frac{8}{17}; \frac{27}{34}] \\ \frac{867x-557}{310} & x \in [\frac{27}{34}; 1] \end{cases}$$

**Задача 5. Получи халявные хсевро за решение (нет)**

В казино «Диффиченто» пришло невероятно много игроков. Но к счастью, оказалось, что казино огромное и имеет невероятно много столов для игры в покер. Правила казино очень простые — за один стол могут сесть только игроки с одинаковым количеством фишек (изначально у каждого ровно 1 фишка, фишки бесконечно делимы). Каждый раунд за любым столом устроен крайне просто — половина игроков проигрывают половину своих фишек, а остальные выигрывают их фишки (то есть увеличивают состояние на 50%). Соответственно, в первом раунде все игроки садятся за столы, после чего образуются 2 равные по численности группы, доходы которых различаются в 3 раза. На втором раунде эти 2 группы играют между собой все по тем же правилам. После чего образуются 3 группы с различным доходом (убедитесь, что именно 3, а не 4).

**а)** Равные ли по численности эти группы или нет? Далее игра продолжается все по тем же законам и число различных групп продолжает увеличиваться с каждым разом.

**б)** Покажите, что коэффициент Джини, характеризующий неравенство распределения фишек между игроками, растет после каждого раунда.

**в)** (дополнительный пункт - вне зачета) Выведите координаты изломов кривой Лоренца перед  $n$ -ным раундом (Возможно вам понадобится значок суммы  $\Sigma$ ).

(Святослав Филатов, Игорь Карпов)