

**Математика****Листок 2.** Дискретная оптимизация**Преподаватели:** Карпов Игорь**Составитель:** Карпов Игорь**Дедлайн:** 6 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.****Задача 1**

Найдите глобальный минимум/максимум функции

$$\text{а) } y = \frac{x^3}{1+x}, x \in (-\infty; -1] \cap \mathbf{Z}; \quad \text{б) } y = -2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 8x - 5, x \in \mathbf{Z}.$$

Задача 2

Спрос на продукцию монополии $Q = 100 - P$; издержки фирмы заданы как $TC(Q) = 40Q$. Кроме того, фирма может неограниченное количество раз заплатить символическую взятку в размере 90\$ для того, чтобы продавать на остаточном спросе (к примеру, после продажи 40 единиц продукции по цене 60 остаточный спрос будут составлять потребители, которые готовы купить по цене меньше 60 и $Q^o = 60 - P$). Найдите максимальную прибыль монополии.

Задача 3

Монополист с нулевыми предельными издержками работает на спросе $Q^d = 7 - 0.5P^d$. Государство в свою очередь вводит на монополиста потоварный налог, чтобы максимизировать налоговые сборы.

а) Чему равен оптимальный налог и выпуск, если количество, которое выбирает монополист может быть любым действительным числом.

б) Предположим, что монополист ограничен и может выбирать только между целыми значениями выпуска. Чему тогда равен оптимальный налог и выпуск, если будучи безразличным между двумя значениями выпуска, монополист выбирает больший из них? Совпадает ли это с вашим предыдущим ответом? Сколько производила бы фирма при таком налоге в пункте а)? Есть ли тут что-то необычное?

Задача 4

Фирма может открыть любое натуральное число заводов. Издержки каждого завода задаются функцией $TC_i(q_i) = 5 + q_i^2$

а) Найдите функцию издержек фирмы, если она открыла n заводов.

б) При каких Q оптимально использовать ровно n заводов?

Задача 5

Для предыдущей задачи найдите:

а) При каких n оптимально производить Q единиц продукции (не обязательно целое).

б) $TC(Q)$, если нужно произвести Q единиц продукции (не обязательно целое) и если теперь фирма принимает решение об открытии заводов заранее.